

# СОДЕРЖАНИЕ

## АЛГЕБРА

ЧИСЛА, КОРНИ И СТЕПЕНИ . . . . .	7
Целые числа . . . . .	7
Степень с натуральным показателем . . . . .	7
Дроби, проценты, рациональные числа . . . . .	8
Степень с целым показателем . . . . .	11
Корень степени $n > 1$ и его свойства . . . . .	13
Степень с рациональным показателем и её свойства . . . . .	15
Свойства степени с действительным показателем . . . . .	16
ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ . . . . .	16
Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла . . . . .	16
Радийная мера угла . . . . .	17
Синус, косинус, тангенс и котангенс числа . . . . .	18
Основные тригонометрические тождества . . . . .	20
Формулы приведения . . . . .	21
Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов . . . . .	21
Синус и косинус двойного угла . . . . .	22
ЛОГАРИФМЫ . . . . .	22
Логарифм числа . . . . .	22
Логарифм произведения, частного, степени . . . . .	23
Десятичный и натуральный логарифм, число $e$ . . . . .	24
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ . . . . .	25
Преобразование выражений, включающих арифметические операции . . . . .	25
Преобразование выражений, включающих операцию возведения в степень . . . . .	27
Преобразование выражений, включающих корни натуральной степени . . . . .	28
Преобразование тригонометрических выражений . . . . .	30
Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования . . . . .	33
Модуль (абсолютная величина) числа . . . . .	35

## УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

УРАВНЕНИЯ . . . . .	36
Квадратные уравнения . . . . .	36
Рациональные уравнения . . . . .	38
Иррациональные уравнения . . . . .	41
Тригонометрические уравнения . . . . .	42
Показательные уравнения . . . . .	46
Логарифмические уравнения . . . . .	47
Равносильность уравнений, систем уравнений . . . . .	50
Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными . . . . .	50
Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных . . . . .	52

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений . . . . .	54
Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем . . . . .	57
Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений . . . . .	59
<b>НЕРАВЕНСТВА . . . . .</b>	<b>61</b>
Квадратные неравенства . . . . .	61
Рациональные неравенства . . . . .	64
Показательные неравенства . . . . .	65
Логарифмические неравенства . . . . .	67
Системы линейных неравенств.	
Системы неравенств с одной переменной . . . . .	69
Равносильность неравенств, систем неравенств . . . . .	70
Использование свойств и графиков функций при решении неравенств . . . . .	70
Метод интервалов . . . . .	73
Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем. . . . .	76

## ФУНКЦИИ

<b>ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ГРАФИК ФУНКЦИИ . . . . .</b>	<b>79</b>
Функция, область определения функции. . . . .	79
Множество значений функции . . . . .	82
График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. . . . .	83
Обратная функция. График обратной функции . . . . .	84
Преобразование графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат . . . . .	85
<b>ЭЛЕМЕНТАРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ . . . . .</b>	<b>87</b>
Монотонность функции.	
Промежутки возрастания и убывания . . . . .	87
Чётность и нечётность функции . . . . .	89
Периодичность функции . . . . .	90
Ограниченность функции . . . . .	90
Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции . . . . .	90
Наибольшее и наименьшее значения функции . . . . .	92
<b>ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ . . . . .</b>	<b>93</b>
Линейная функция, её график . . . . .	93
Функция, описывающая обратно пропорциональную зависимость, её график . . . . .	96
Квадратичная функция, её график. . . . .	99
Степенная функция с натуральным показателем, её график. . . . .	101
Тригонометрические функции, их графики . . . . .	105
Показательная функция, её график . . . . .	109
Логарифмическая функция, её график . . . . .	110

## НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

ПРОИЗВОДНАЯ . . . . .	112
Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. . . . .	112
Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком . . . . .	113
Уравнение касательной к графику функции . . . . .	113
Производные суммы, разности, произведения, частного . . . . .	114
Производные основных элементарных функций. . . . .	116
Вторая производная и её физический смысл . . . . .	117
ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ. . . . .	117
Применение производной к исследованию функций и построению графиков . . . . .	117
Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических задачах. . . . .	122
ПЕРВООБРАЗНАЯ И ИНТЕГРАЛ . . . . .	123
Первообразные элементарных функций. . . . .	123
Примеры применения интеграла в физике и геометрии. . . . .	126

## ГЕОМЕТРИЯ

ПЛАНИМЕТРИЯ . . . . .	128
Треугольник . . . . .	128
Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. . . . .	142
Трапеция. . . . .	145
Окружность и круг. . . . .	148
Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника . . . . .	153
Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника . . .	155
Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника . . . . .	157
ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ . . . . .	160
Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые . . . . .	160
Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства. . .	163
Параллельность плоскостей, признаки и свойства . . . . .	164
Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах . . . . .	165
Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. . . . .	167
Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур. . . . .	168
МНОГОГРАННИКИ . . . . .	169
Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма . . . . .	169
Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде . .	171
Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида . .	174

Сечения куба, призмы, пирамиды . . . . .	180
Представления о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр) . . . . .	180
<b>ТЕЛА И ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ</b> . . . . .	183
Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка . . . . .	183
Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка . . . . .	185
Шар и сфера, их сечения . . . . .	189
<b>ИЗМЕРЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН</b> . . . . .	192
Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности . . . . .	192
Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью; угол между плоскостями . . . . .	193
Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника . . . . .	194
Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями . . . . .	196
Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора . . . . .	199
Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы . . . . .	204
Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара . . . . .	205
<b>КООРДИНАТЫ И ВЕКТОРЫ</b> . . . . .	207
Координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве . . . . .	207
Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы . . . . .	209
Вектор, модуль вектора, равенство векторов, сложение векторов и умножение вектора на число . . . . .	210
Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам . . . . .	213
Компланарные векторы. Разложение по трём некопланарным векторам . . . . .	214
Координаты вектора; скалярное произведение векторов, угол между векторами . . . . .	215

### **ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ</b> . . . . .	216
Поочерёдный и одновременный выбор . . . . .	216
Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона . . . . .	218
<b>ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ</b> . . . . .	220
Числовые характеристики рядов данных . . . . .	220
<b>ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ</b> . . . . .	221
Вероятности событий . . . . .	221
Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач . . . . .	222

# АЛГЕБРА

## ЧИСЛА, КОРНИ И СТЕПЕНИ

### Целые числа

Множество целых чисел		
$Z$	$N$	Натуральные числа 1; 2; 3; ...; противоположные им числа: -1; -2; -3; ... и число 0 образуют множество целых чисел
	0	
	$N_-$	

### Степень с натуральным показателем

Степень	
$n$ -й степенью действительного числа $a$ называется действительное число $b$ , полученное в результате умножения числа $a$ самого на себя $n$ раз	
$b = a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n, n \in N$ $a$ — основание степени, $n$ — показатель степени $0^n = 0$ ( $n > 0$ ); $1^n = 1$ ; $a^1 = a$ ; $0^0$ — не определено	
Степень с натуральным показателем	
$a^1 = a$ ; $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ , $a \in R, n \in N$	$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ ; $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$ ; $0^7 = 0$ ; $1^{100} = 1$ ; $(-1)^{99} = -1$ ; $(-1)^{100} = 1$

## Дроби, проценты, рациональные числа

### Рациональные числа

Множество рациональных чисел		
Q	Z	Числа, которые можно представить в виде $\frac{m}{n}$ , где $m \in Z, n \in N$ . Рациональные числа — бесконечные периодические дроби. Если период состоит из одних нулей, дробь считается конечной десятичной
	дроби	

### Дроби

Основное свойство дроби	
Значение дроби не изменится, если числитель и знаменатель умножить или разделить на одно и то же число (выражение), не равное нулю	$\frac{a(b-c)}{m(b-c)} = \frac{a}{m};$ $\frac{25}{75} = \frac{1}{3}; \quad \frac{22}{33} = \frac{2}{3}$
Сравнение дробей	
Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, числитель которой больше	$\frac{7}{13} < \frac{11}{13}, \text{ т. к. } 7 < 11$
Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше	$\frac{11}{21} < \frac{11}{15}, \text{ т. к. } 21 > 15$
Сложение и вычитание	
Если знаменатели равны, то числители складываются (вычитаются), а знаменатели сохраняются	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b};$ $\frac{13}{21} - \frac{7}{21} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

## Окончание таблицы

Если знаменатели разные, то сначала дроби приводят к наименьшему общему знаменателю, а потом складывают (вычитают) как дроби с одинаковыми знаменателями	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd} = \frac{ad \pm bc}{bd};$ $\frac{3}{7} + \frac{4}{9} = \frac{3 \cdot 9 + 4 \cdot 7}{7 \cdot 9} = \frac{27 + 28}{63} = \frac{55}{63}$
При сложении (вычитании) смешанных чисел можно сложить (вычесть) их целые и дробные части	$5\frac{1}{8} + 1\frac{5}{6} = 5 + 1 + \frac{1}{8} + \frac{5}{6} =$ $= 6 + \frac{3 + 20}{24} = 6\frac{23}{24}$
<b>Умножение дробей</b>	
При умножении дробей перемножают их числители и знаменатели	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd};$ $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 5} = \frac{6}{35}$
При умножении смешанных чисел их сначала превращают в неправильные дроби, а потом перемножают	$2\frac{2}{5} \cdot 7\frac{3}{8} = \frac{12}{5} \cdot \frac{59}{8} = \frac{177}{10} = 17\frac{7}{10}$
<b>Деление дробей</b>	
При делении двух дробей деление заменяют умножением делимого на дробь, обратную делителю	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc};$ $5\frac{1}{3} : 1\frac{5}{9} = \frac{16}{3} : \frac{14}{9} =$ $= \frac{16 \cdot 9}{3 \cdot 14} = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$
<b>Возведение дроби в степень</b>	
При возведении дроби в степень возводят числитель и знаменатель дроби в эту степень	$\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243};$ $\left(1\frac{1}{5}\right)^2 = \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25} = 1\frac{11}{25}$

### Проценты

<b>Проценты</b>	
<p><b>Процент</b> — это сотая часть некоторого числа (которое принимается за единицу)</p>	$1\% = \frac{1}{100}$ <p>1 % от числа <math>a</math> — это <math>\frac{1}{100} a</math></p>
<b>Преобразования процентов</b>	
<p>Чтобы выразить число в процентах, нужно его умножить на 100 %</p>	$0,23 = 0,23 \cdot 100\% = 23\% ;$ $0,07 = 0,07 \cdot 100\% = 7\% ;$ $5 = 5 \cdot 100\% = 500\%$
<p>Чтобы записать проценты в виде числа, нужно число, стоящее перед знаком %, разделить на 100</p>	$13\% = 13 : 100 = 0,13 ;$ $2\% = 2 : 100 = 0,02 ;$ $123\% = 123 : 100 = 1,23$
<b>Нахождение процента от числа</b>	
<p><math>p\%</math> от числа <math>a</math> равно:</p> $\frac{p}{100} \cdot a$	<p>20 % от числа 120 равно:</p> $\frac{20 \cdot 120}{100} = 24$
<b>Нахождение числа по данному проценту</b>	
<p>Если <math>p\%</math> от некоторого числа равно <math>m</math>, то всё число <math>a</math> равно:</p> $a = \frac{m \cdot 100}{p}$	<p>Если 15 % от некоторого числа равно 45, то всё число равно:</p> $\frac{45 \cdot 100}{15} = 300$
<b>Нахождение процентного отношения двух чисел</b>	
<p>Число <math>a</math> составляет от числа <math>b</math>:</p> $\frac{a}{b} \cdot 100\%$	<p>Число 22 составляет от числа 88:</p> $\frac{22}{88} \cdot 100\% = 25\%$



Окончание таблицы

<b>Увеличение (уменьшение) на <math>p\%</math></b>	
<p>Число <math>a</math> увеличилось на <math>p\%</math>:</p> $a + \frac{p\%}{100\%} = a \left( 1 + \frac{p\%}{100\%} \right)$	<p>Число 110 увеличилось на <math>5\%</math>:</p> $110 \cdot \left( 1 + \frac{5}{100} \right) = 110 \cdot 1,05 = 115,5$
<p>Число <math>a</math> уменьшилось на <math>p\%</math>:</p> $a - \frac{p\%}{100\%} = a \left( 1 - \frac{p\%}{100\%} \right)$	<p>Число 110 уменьшилось на <math>5\%</math>:</p> $110 \cdot \left( 1 - \frac{5}{100} \right) = 110 \cdot 0,95 = 104,5$
<b>Формула сложных процентов</b>	
<p>Если <math>A_0</math> — начальный капитал (вклад), <math>p</math> — годовой процент, <math>n</math> — количество лет, то в конце <math>n</math>-го года капитал составит:</p> $A_n = A_0 \left( 1 + \frac{p}{100} \right)^n$	<p>Если начальный капитал — 5 000 и годовой процент — 6, то в конце 3-го года капитал составит:</p> $5000 \cdot \left( 1 + \frac{6}{100} \right)^3 \approx 5955$

**Степень с целым показателем**

<b>Степень с целым показателем</b>	
<p><math>a^0 = 1, a \neq 0</math>;  <math>0^0</math> — не определено;  <math>a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \geq 0, n \in \mathbb{Z}</math></p>	<p><math>(-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = -\frac{1}{27}</math>;  <math>\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}</math>;  <math>1,3^{-2} = \left(\frac{13}{10}\right)^{-2} = \left(\frac{10}{13}\right)^2 = \frac{100}{169}</math></p>

### Основные свойства степени

<b>Умножение степеней</b>	
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$2^5 \cdot 2^{-3} = 2^{5+(-3)} = 2^2 = 4;$ $8^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{-\frac{2}{3}} = 8^{\frac{1}{3} + (-\frac{2}{3})} = 8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{2};$ $5^{\sqrt{3}} \cdot 5^{\sqrt{2}} = 5^{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$
<b>Деление степеней</b>	
$a^m : a^n = a^{m-n}$	$5^{-2} : 5^{-5} = 5^{-2-(-5)} = 5^{-2+5} = 5^3 = 125;$ $3^{2\sqrt{3}} : 3^{\sqrt{3}} = 3^{2\sqrt{3}-\sqrt{3}} = 3^{\sqrt{3}}$
<b>Возведение степени в степень</b>	
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$((-2)^2)^{-3} = (-2)^{2 \cdot (-3)} = (-2)^{-6} = \frac{1}{(-2)^6} = \frac{1}{64};$ $(7^{\sqrt{3}})^{\sqrt{2}} = 7^{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} = 7^{\sqrt{6}}$
<b>Возведение в степень произведения</b>	
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(-3ab^3c)^3 = -27a^3b^9c^3;$ $0,5^7 \cdot (-2)^7 = (0,5 \cdot (-2))^7 = (-1)^7 = -1$
<b>Возведение в степень дроби</b>	
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$	$\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{5^3} = -\frac{8}{125}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$

Корень степени  $n > 1$  и его свойства

<p><b>Арифметическим квадратным корнем</b> из неотрицательного числа <math>a</math> называют такое неотрицательное число <math>b</math>, квадрат которого равен <math>a</math>:</p> $\sqrt{a} = b \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 0 \\ b^2 = a \end{cases}$	$\sqrt{36} = 6$ , т.к. $6^2 = 36$ , $6 > 0$ ; $\sqrt{25} \neq 8$ , т.к. $8^2 \neq 25$ ; $\sqrt{25} \neq (-5)$ , т.к. $-5 < 0$ ; $\sqrt{-3}$ — не определён
--	---

Тождества	
$(\sqrt{a})^2 = a$ , $a \geq 0$	$(\sqrt{121})^2 = 121$ ; $(\sqrt{13})^2 = 13$
$\sqrt{a^2} =  a $ , $a \in R$	$\sqrt{3^2} =  3  = 3$ ; $\sqrt{(-21)^2} =  -21  = 21$ ; $\sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} =  \sqrt{2} - \sqrt{3}  = -(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = \sqrt{3} - \sqrt{2}$
Основные свойства корня степени $n$	
$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ $\sqrt{ab} = \sqrt{ a } \cdot \sqrt{ b }$	$\sqrt{0,001} \cdot \sqrt{0,4} = \sqrt{0,001 \cdot 0,4} = \sqrt{0,0004} = 0,02$ ; $\sqrt{121 \cdot 625 \cdot 100} = \sqrt{121} \cdot \sqrt{625} \cdot \sqrt{100} = 11 \cdot 25 \cdot 10 = 2750$
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ , $b \neq 0$ ; $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{ \sqrt{a} }{ \sqrt{b} }$	$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$ ; $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{169}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{169}} = \frac{12}{13}$
$(\sqrt{a})^p = \sqrt{a^p}$ ; $\sqrt{a^p} = (\sqrt{ a })^p$	$\sqrt{9^3} = (\sqrt{9})^3 = 3^3 = 27$

Окончание таблицы

Если $a > 1$ , то $a > \sqrt{a}$ и $\sqrt{a} > 1$ ; если $0 < a < 1$ , то $a < \sqrt{a}$ и $0 < \sqrt{a} < 1$	$7 > \sqrt{7}$ и $\sqrt{7} > 1$ ; $\frac{1}{3} < \sqrt{\frac{1}{3}}$ и $\sqrt{\frac{1}{3}} < 1$
Если $a > b \geq 0$ , то $\sqrt{a} > \sqrt{b}$	$\sqrt{3} > \sqrt{2}$ , т. к. $3 > 2$

**Арифметические корни  $n$ -й степени при  $n \geq 2$ ,  $n \in \mathbb{N}$** 

Арифметическим корнем $n$ -й степени ( $n \in \mathbb{N}$ , $n \geq 2$ ) из неотрицательного числа $a$ называется такое неотрицательное число $b$ , $n$ -я степень которого равна $a$ : $\left. \begin{array}{l} \sqrt[n]{a} = b \\ n \in \mathbb{N}, a \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} b \geq 0 \\ b^n = a \end{array} \right.$	$\begin{aligned} \sqrt[4]{81} &= 3; \\ \sqrt[5]{0,00001} &= 0,1; \\ \sqrt[5]{1024} &= 4; \\ \sqrt[3]{0,027} &= 0,3 \end{aligned}$
Если $a < 0$ , то $\sqrt[2n-1]{a} = -\sqrt[2n-1]{ a }$	$\begin{aligned} \sqrt[3]{-8} &= -\sqrt[3]{8} = -2; \\ \sqrt[5]{-243} &= -\sqrt[5]{243} = -3; \\ \sqrt[3]{(\sqrt{3}-2)^3} &= -\sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^3} = \\ &= -(2-\sqrt{3}) = \sqrt{3}-2 \end{aligned}$
<b>Корень чётной степени из отрицательного числа не определён</b>	
<b>Тождества</b>	
Если $\sqrt[n]{a}$ существует, то: $\left( \sqrt[n]{a} \right)^n = a;$ $\sqrt[2n]{a^{2n}} =  a , a \in \mathbb{R};$ $\sqrt[2n-1]{a^{2n-1}} = a, a \in \mathbb{R};$	$\left( \sqrt[4]{5} \right)^4 = 5; \left( \sqrt[5]{-2} \right)^5 = -2;$ $\sqrt[6]{(-2)^6} =  -2  = 2; \sqrt[7]{(-3)^7} = -3$

Основные свойства арифметического корня $n$ -й степени	
$\sqrt[n]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m},$ $a \geq 0, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$	$\sqrt[6]{8^8} = \sqrt[3]{8^4} = 2^4 = 16;$ $\sqrt[12]{m^3} = \sqrt[4]{m}$
$\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt{mn}a,$ $a \geq 0, n \in \mathbb{N}, n \neq 1$	$\sqrt{\sqrt{3}} = \sqrt[4]{3};$ $\sqrt[3]{\sqrt[5]{7}} = \sqrt[15]{7}$
$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k},$ $a \geq 0, k \in \mathbb{N}$	$(\sqrt[3]{5})^2 = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$
$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b},$ $n \in \mathbb{N}, n \geq 2, a \geq 0, b \geq 0$	$\sqrt[4]{16 \cdot 625} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{625} = 2 \cdot 5 = 10;$ $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3 \cdot 9} = \sqrt[3]{27} = 3$
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}},$ $n \in \mathbb{N}, n \geq 2, a \geq 0, b > 0$	$\sqrt[3]{\frac{125}{27}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{5}{3};$ $\sqrt[4]{\frac{80}{5}} = \sqrt[4]{\frac{80}{5}} = \sqrt[4]{16} = 2$
<p>Если <math>a &gt; b \geq 0</math>, то <math>\sqrt[n]{a} &gt; \sqrt[n]{b}</math>; если <math>a &gt; 1</math>, то <math>\sqrt[n]{a} &gt; 1</math> и <math>\sqrt[n]{a} &lt; a</math>; если <math>0 &lt; a &lt; 1</math>, то <math>0 &lt; \sqrt[n]{a} &lt; 1</math>; <math>\sqrt[n]{a} &gt; a</math></p>	$\sqrt[7]{5} > \sqrt[7]{3}, \text{ т. к. } 5 > 3;$ $\sqrt[5]{2} > 1, \sqrt[5]{2} < 2;$ $\sqrt[3]{\frac{1}{2}} < 1, \sqrt[3]{\frac{1}{2}} > \frac{1}{2}$

**Степень с рациональным показателем и её свойства**

Степень с рациональным показателем	
$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m},$ $a \neq 0, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N},$ $n > 2$	$36^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36} = 6; 27^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^2} = 3^2 = 9;$ $(-8)^{\frac{1}{3}} = -2; 32^{-\frac{2}{5}} = \frac{1}{32^{\frac{2}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{32^2}} = \frac{1}{4}$

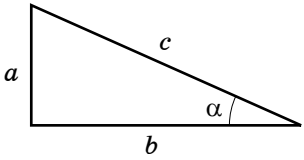
### Свойства степени с действительным показателем

Степень с иррациональным показателем	
$a^k$ , где $k$ — иррациональное число, $a \neq 0$	$10^{\sqrt{2}} \approx 10^{1,4142\dots} \approx 25,9$

## ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

### Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла

#### Синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника

	$a, b$ — катеты; $c$ — гипотенуза; $\alpha$ — острый угол
<b>Синусом</b> угла $\alpha$ называется отношение противолежащего катета к гипотенузе	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$
<b>Косинусом</b> угла $\alpha$ называется отношение прилежащего катета к гипотенузе	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$
<b>Тангенсом</b> угла $\alpha$ называется отношение противолежащего катета к прилежащему	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$
<b>Котангенсом</b> угла $\alpha$ называется отношение прилежащего катета к противолежащему	$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$

**Углы в тригонометрии**

	<p>Оси координат <math>Ox</math> и <math>Oy</math> разбивают окружность на четыре четверти:                  I четверть: <math>0^\circ &lt; \alpha &lt; 90^\circ</math>;                  II четверть: <math>90^\circ &lt; \alpha &lt; 180^\circ</math>;                  III четверть: <math>180^\circ &lt; \alpha &lt; 270^\circ</math>;                  IV четверть: <math>270^\circ &lt; \alpha &lt; 360^\circ</math></p>
<p><math>\angle AOB = \alpha</math>; <math>\angle A_1OB = -\alpha</math></p>	<p>В тригонометрии угол рассматривается как фигура, образованная вращением луча вокруг своей начальной точки <math>O</math>.                  Вращение <b>против</b> часовой стрелки — <b>положительное</b>,                  по часовой — <b>отрицательное</b></p>

**Радианная мера угла**

<p><b>Углы измеряются в градусах и радианах</b></p>	
<p><math>1^\circ</math> — это угол, который равен <math>\frac{1}{180}</math> части развёрнутого угла.</p> <p><math>1^\circ = 60'</math> (60 минут)  <math>1' = 60''</math> (60 секунд)</p> $1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ}$ $n^\circ = \frac{\pi \cdot n}{180^\circ}$ $135^\circ = \frac{\pi \cdot 135^\circ}{180^\circ} = \frac{3\pi}{4}$	<p><math>\cup AB = R, \alpha = 1</math></p> <p>1 радиан — это центральный угол, которому соответствует длина дуги, равная радиусу этой окружности.</p> $1 \text{ радиан} = \frac{180^\circ}{\pi}$