УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72
Е30

Условное обозначение:

М — метапредметные результаты.

Егоров, А. А.

Е30 Геометрия. 8 кл. : рабочая тетрадь к учебнику И. Ф. Шарыгина «Геометрия. 7—9 классы». В 2 ч. Ч. 1 / А. А. Егоров, Ж. М. Раббот. — 2-е изд., стереотип. — М. : Дрофа, 2016. — 110, [2] с. : ил.

ISBN 978-5-358-16633-2 (ч. 1)
ISBN 978-5-358-16632-5

Рабочая тетрадь (часть 1) содержит большое количество задач, которые направлены на отработку фактов и теорем, содержащихся в главах 6—7 учебника, и усвоение основных методов решения геометрических задач. В тетрадь включены контрольные задания в формате единого государственного экзамена (ЕГЭ).

Специальным знаком отмечены задания, направленные на формирование метапредметных умений (планировать деятельность, выделять различные признаки геометрических фигур, решать задачи разными способами, пользоваться таблицами, формулами и теоремами, преобразовывать информацию и др.).

Учебник И. Ф. Шарыгина «Геометрия. 7—9 классы» соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования, одобрен РАО и РАН, имеет гриф «Рекомендовано» и включен в Федеральный перечень учебников.

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72

ISBN 978-5-358-16633-2 (ч. 1)
ISBN 978-5-358-16632-5

Предисловие

Тетрадь поможет изучить материал учебника И. Ф. Шарыгина «Геометрия. 7—9 классы». Расположение материала в ней соответствует учебнику.

Начинайте изучение каждой темы с проработки её по учебнику — разберите приведённые в нём определения, теоремы и комментарии. После этого приступайте к работе с тетрадью. Каждый её раздел начинается с совсем простых задач, с помощью которых легко усвоить определения, основные понятия и факты. Часть задач из учебника приводится для решения в тетради. У таких задач номер по учебнику указан в скобках после номера задачи в тетради.

Решения некоторых задач приведены полностью, их надо внимательно прочитать, так как следующие задачи вы будете решать самостоятельно (по аналогии или с использованием похожих соображений).

Как правило, уже в самом начале решения имеются пропуски, которые нужно заполнить: ссылки на формулы или теоремы, несложные вычисления; иногда отдельные слова и фразы помогут правильно выбрать путь решения и довести его до конца.

Решение задачи — процесс творческий; многие задачи допускают и другие (не такие, как намечено) решения. Если вы их придумаете, — прекрасно!

В замечаниях выделены формулы и факты, которые полезно запомнить, самые важные из них пронумерованы, и на них имеются ссылки в решениях. Иногда в них фиксируются некоторые полезные приёмы.

В конце тетради приведены ответы почти ко всем задачам. Не спешите в них заглядывать, пока не разберётесь с решением задачи.

Обращайте внимание на культуру оформления решений — мысли должны быть изложены понятно, чётко и кратко, но при этом полно и, безусловно, грамотно.

Мы надеемся, что постепенно вы начнёте получать удовольствие от самого процесса решения задачи, почувствуете красоту и изящество геометрии.

Желаем успехов!

Параллельные прямые и углы

Параллельные прямые на плоскости

Первоочередная цель — освоить основные понятия этого параграфа и заодно вспомнить некоторые сведения из материала 7 класса.

Напомним, что при пересечении параллельных прямых l и m секущей AB образуются следующие пары углов (рис. 1):

— внешние односторонние углы: α_1 и β_2; α_4 и β_3;

— внутренние односторонние углы: α_2 и β_1; α_3 и β_4;

— соответственные углы: α_1 и β_1; α_2 и β_2; α_3 и β_3; α_4 и β_4;

— внутренние накрест лежащие углы: α_2 и β_4; α_3 и β_1;

— внешние накрест лежащие углы: α_1 и β_3; α_4 и β_2.

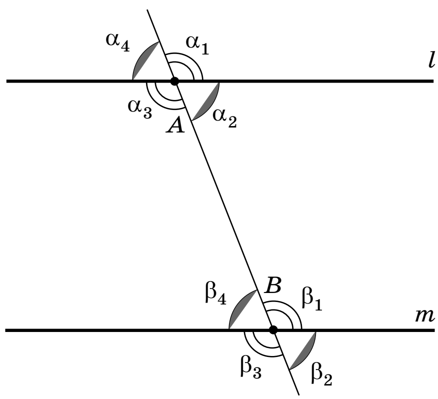

Рис. 1

(1) ***Углы, входящие в каждую пару соответственных, внутренних и внешних накрест лежащих углов, равны, а сумма углов каждой пары внешних и внутренних односторонних углов составляет 180°. Верны и обратные утверждения: из каждого соответствующего равенства углов следует параллельность прямых l и m.***

М ***1 (499).*** Докажите, что если каждая из прямых a и b параллельна прямой c, то прямые a и b параллельны.

Решение. Предположим, что прямые a и b имеют общую точку M и не совпадают (т. е. пересекаются). Тогда через точку M проходят две различные прямые, параллельные прямой c, что противоречит ______________________________

____

____

2. Пусть угол α_1 равен 15°. Найдите остальные углы, обозначенные на рисунке 2.

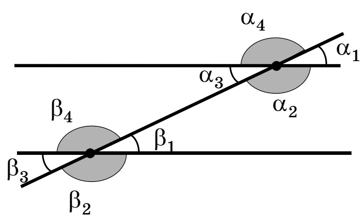

Рис. 2

Решение. Согласно утверждению (1), ______________________

____

____

____

3. Под каким углом пересекаются биссектрисы углов α_2 и β_1, изображённых на рисунке 2?

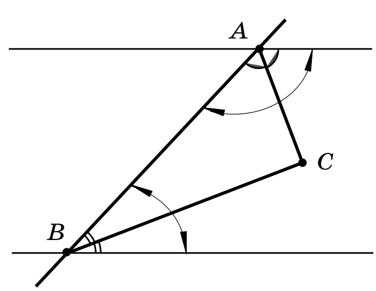

Рис. 3

Решение. Пусть лучи AC и BC — биссектрисы указанных углов (рис. 3). Поскольку по утверждению (1) $\alpha_2 + \beta_1 = 180°$, сумма углов CAB и CBA, соответственно равных половинам углов α_2 и β_1, составляет ________________________________

____

____

____

____

4. Найдите:
а) сумму острых углов прямоугольного треугольника;
б) острые углы равнобедренного прямоугольного треугольника.

Решение. а) Так как сумма углов треугольника равна

________________, то ________________________________

____

б) ____

____

____

Рассмотрим задачу на знание определений. Ответом на вопрос задачи типа 5 может быть либо «да, могут» (тогда достаточно привести пример такой ситуации), либо «нет, не могут» (в этом случае нужно доказать, что такого не может быть никогда).

5. Могут ли биссектрисы двух углов треугольника быть:
а) параллельными; б) перпендикулярными?

Решение. а) Предположим, что биссектрисы углов A и B треугольника ABC параллельны (рис. 4).

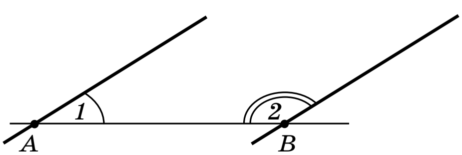

Рис. 4

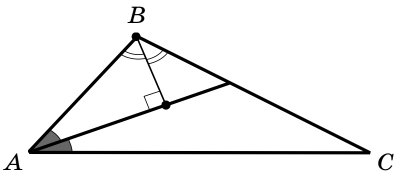

Рис. 5

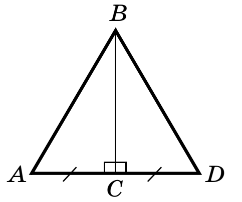

Рис. 6

Тогда сумма углов *1* и *2* равна ______________________

____

____

б) Предположим, что биссектрисы углов A и B треугольника ABC перпендикулярны (рис. 5). Тогда сумма половин углов A и B равна ______________________________

____

Замечание. Если при решении задачи б) возник вопрос: «А почему вообще эти биссектрисы пересеклись?» — то теперь вы без труда сможете на него ответить.

М ***6*** **(*обратная задаче 504*).** Докажите, что если катет AC прямоугольного треугольника ABC вдвое меньше его гипотенузы AB, то противолежащий ему угол равен 30° (рис. 6).

Решение. Продолжим катет AC за точку C так, что $AC = CD$. Треугольники ABC и BCD ____________________

____

____

____

____

____

Замечания. 1. Объединяя прямое и обратное утверждения в одно, получаем следующий факт.

(2) ***Для того чтобы катет треугольника был равен половине гипотенузы, необходимо и достаточно, чтобы противолежащий ему острый угол составлял 30°.***

2. Использованный в утверждении (2) оборот «необходимо и достаточно» — один из возможных способов объединить прямую и обратную теоремы в одну (разумеется, это делают только в том случае, если обе они верны).

7. Найдите остальные углы равнобедренного треугольника, если один из углов равен: а) $60°$; б) $120°$; в) $30°$.

Решение. Используем равенство углов при основании равнобедренного треугольника (см. теорему 3.1). Рассмотрим два случая.

а) Если угол при основании равен $60°$, то ____________________

____

____

Если угол при вершине равен $60°$, то ____________________

____

____

____

б) Угол, равный $120°$, не может быть при основании равнобедренного треугольника, так как ____________________

____

____

в) ____

____

____

Замечания. 1. На основании пункта а) задачи делаем следующий вывод.

(3) ***Если в равнобедренном треугольнике какой-нибудь угол равен 60°, то и все остальные углы равны 60° и треугольник является правильным.***

2. При решении задачи вы встретились с ситуацией, когда условие может быть реализовано неоднозначно: в задании в) данный угол мог быть как при вершине, так и при основании треугольника. Полезно всегда помнить о такой возможности.

8. Найдите остальные углы треугольника, если один из его углов равен 30°, а один из внешних углов равен 100°.

Решение. Внутренний угол треугольника, смежный с данным внешним углом, равен ______________________________

____

____

____

____

9 (***519***). Найдите сумму внешних углов:

а) треугольника;
б) выпуклого четырёхугольника;
в) выпуклого одиннадцатиугольника;
г) выпуклого n-угольника.

Замечание. Уточним условие задачи. В соответствии с определением (см. § 3.3 учебника) внешний угол многоугольника является смежным с его внутренним углом. Но ведь при каждой вершине многоугольника два (равных!) внешних угла (для их получения можно продолжить любую из двух сторон многоугольника, выходящих из этой вершины (рис. 7, *а*)). Говоря о сумме внешних углов многоугольника, обычно имеют в виду, что в неё входит по одному представи-

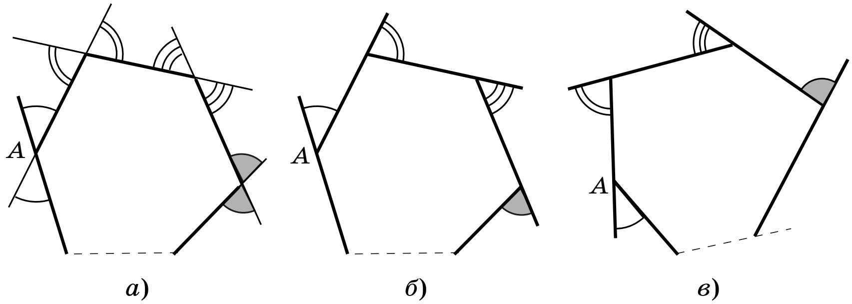

Рис. 7

телю от каждой пары равных углов при всех его вершинах. Этих представителей, как правило, выбирают в порядке обхода вершин многоугольника в одном из двух возможных направлений (рис. 7, *б* и *в*).

Решение. а) Пусть S_1 — сумма внутренних углов треугольника, S_2 — сумма его внешних углов (с учётом сделанного выше замечания). Сумма внутреннего и смежного с ним внешнего угла при каждой вершине треугольника равна 180°, а вершин всего три, поэтому $S_1 + S_2 = 3 \cdot 180°$. Но, как

мы знаем, $S_1 = 180°$, следовательно, $S_2 =$ ____________________

____

б) ____

____

____

в) ____

____

____

г) ____

____

____

Замечание. Результат, полученный в задаче, замечателен, и его нужно запомнить.

(4) | ***Сумма внешних углов любого выпуклого n-угольника равна* 360°.**

При решении следующей задачи используется утверждение (4).

10. Сколько сторон у выпуклого многоугольника, если:
а) сумма его внутренних углов равна 4320°;
б) сумма его внутренних углов равна 5130°;
в) сумма его внутренних углов равна сумме внешних;
г) сумма его внутренних углов в целое число k раз больше суммы внешних?

Решение. а) Воспользуемся теоремой 5.2 учебника: ______

______

______

______

б) ______

______

______

______

в) Из теоремы 5.2 и утверждения (4) следует, что ______

______

______

______

г) Аналогично заданию в) получаем:

$$180°(n - 2) = 360°k, \text{ откуда } n = \underline{\qquad\qquad}$$

В нескольких следующих задачах вы познакомитесь с интересным свойством точки пересечения биссектрис треугольника.

11. Пусть C — прямой угол треугольника ABC, а биссектрисы его углов A и B пересекаются в точке I (рис. 8). Найдите угол AIB.

Решение. В задаче 4 а) мы показали, что сумма углов A и B равна 90°. Поэтому сумма их половин, отмеченных на рисунке 8, равна

______

______

______

______

______

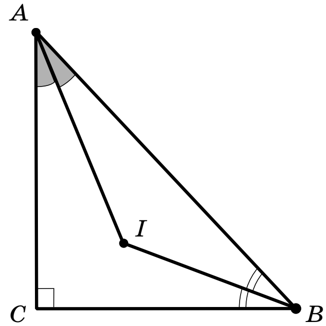

Рис. 8

12. Пусть биссектрисы углов A и B треугольника ABC пересекаются в точке I, причём $\angle AIB = 130°$. Найдите угол C.

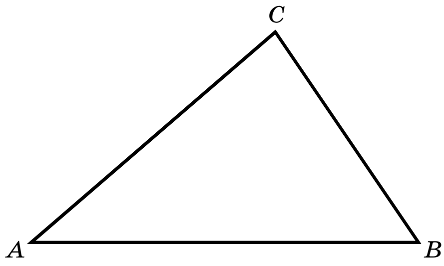

Рис. 9

Замечание. Эта задача в некотором смысле обратна предыдущей.

Решение. (Рисунок 9 выполните самостоятельно.) Из рисунка следует, что

13. Пусть угол C треугольника ABC равен γ, а биссектрисы его углов A и B пересекаются в точке I. Найдите угол AIB.

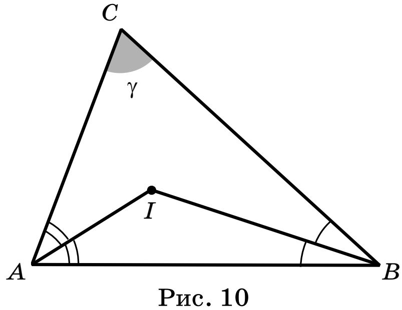

Рис. 10

Решение. Воспользуемся рисунком 10: