УДК 373.167.1*10
ББК я721
В 84

Авторский коллектив:
*Л.А. Мищенко, Н.А. Гырдымова, Н.В. Рожкова,
С.В. Мельников, Е.В. Коцюруба, Л.И. Мицай,
М.С. Баранов, Н.Э. Варавва, Т.Н. Черных, Ю.В. Березина*

В 84 **Все** домашние задания : 10 класс : решения, пояснения, рекомендации. — 7-е изд., испр. и доп. — М. : Эксмо, 2013. — 960 с. — (Все домашние задания).

ISBN 978-5-699-63890-1

Пособие содержит подробные решения, комментарии, пояснения всех домашних заданий ко всем основным учебникам, рекомендованным Министерством образования и науки РФ, по *русскому языку, математике, физике, химии, английскому и немецкому языкам.*

Эта книга поможет родителям проконтролировать правильность выполнения учащимся домашнего задания.

**УДК 373.167.1*10**
**ББК я721**



**ISBN 978-5-699-63890-1**

## СОДЕРЖАНИЕ

В данной книге представлены подробные решения и выполненные упражнения всех домашних заданий и самостоятельных работ к самым распространенным школьным учебникам за 10 класс.

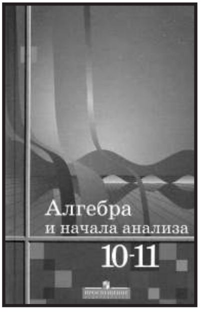
Издание предназначено в первую очередь для проверки учениками собственных решений, а также для прослеживания алгоритмов выполнения наиболее сложных заданий. Книга также будет полезна родителям, которые хотят помочь детям и проконтролировать выполнение домашних заданий. Даже учителю издание может принести ощутимую пользу, так как разнообразие подходов к решению задач, предложенных в книге, можно использовать для того, чтобы стимулировать учеников к поиску новых путей решения.

*Желаем успехов!*

# АЛГЕБРА

## Решение упражнений к учебнику

## Ш. А. Алимова и др.



# ГЛАВА I. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

**4.** 1) $(20{,}88:18+45:0{,}36):(19{,}59+11{,}59)=\left(\frac{2088}{100\cdot 18}+\frac{45\cdot 100}{36}\right):$

$:\left(\frac{1959}{100}+\frac{1195}{100}\right)=\left(\frac{2088+4500\cdot 50}{5\cdot 2\cdot 18}\right):\left(\frac{3154}{100}\right)=\frac{227088}{10\cdot 18}\cdot\frac{100}{3154}=4;$

2) $\frac{7}{36}\cdot 9+8\cdot\frac{11}{32}+\frac{9}{10}\cdot\frac{5}{18}=\frac{7}{4\cdot 9}\cdot 9+8\cdot\frac{11}{4\cdot 8}+\frac{9\cdot 5}{2\cdot 5\cdot 2\cdot 9}=\frac{7}{4}+\frac{11}{4}+\frac{1}{4}=\frac{19}{4}=4\frac{3}{4}.$

**5.** 1) $\left(3\frac{4}{25}+0{,}24\right)2{,}15+\left(5{,}1625-2\frac{3}{16}\right)\frac{2}{5}=\left(\frac{79\cdot 4}{4\cdot 25}+\frac{24}{100}\right)\cdot\frac{215}{100}+(5{,}1625-$

$-2{,}1875)\cdot\frac{2}{5}=\frac{316+24}{100}\cdot\frac{215}{100}+\frac{2975}{1000}\cdot\frac{2}{5}=\frac{34\cdot 215}{10\cdot 100}+\frac{595\cdot 5\cdot 2}{1000\cdot 5}=$

$=\frac{7310+1190}{1000}=\frac{8500}{1000}=8{,}5;$

2) $0{,}364:\frac{7}{25}+\frac{5}{16}:0{,}125+2\frac{1}{2}\cdot 0{,}8=\frac{364}{1000}\cdot\frac{25}{7}+\frac{5}{16}:\frac{125}{1000}+\frac{5}{2}\cdot\frac{8}{10}=\frac{52\cdot 1}{40\cdot 1}+$

$+\frac{1\cdot 125}{2\cdot 25}+\frac{1\cdot 4}{1\cdot 2}=\frac{13}{10}+\frac{125}{50}+\frac{4}{2}=\frac{13}{10}+\frac{5}{2}+\frac{4}{2}=\frac{13+25+20}{10}=\frac{58}{10}=5\frac{8}{10}=5{,}8.$

**6.** 1) 16,9 — рациональное число;
2) 7,25(4) — бесконечная периодическая десятичная дробь — рациональное число;
3) 1,21221222... (после каждой единицы стоит $n$ двоек) — бесконечная непериодическая десятичная дробь — иррациональное число.
4) 99,1357911... (после запятой записаны подряд все нечетные числа) — бесконечная непериодическая десятичная дробь — иррациональное число.

**7.** С помощью микрокалькулятора находим $\sqrt{31}=5{,}5677643\ldots\approx 5{,}57$. Значит пара чисел 5, 4 и 5, 5 образует десятичное приближение числа $\sqrt{31}$ с недостатком, а пара чисел 5, 5 и 5, 6 — с избытком.

**8.** 1) $x=5-\sqrt{7}$; $\sqrt{7}\approx 2{,}6457513..$, значит, $\sqrt{7}<5$. Следовательно, $5-\sqrt{7}>0$ значит, в данном случае является верным равенство $|x|=x$.

2) $x=4-3\sqrt{3}$. Нужно выяснить какое из чисел больше, 4 или $3\sqrt{3}$, для этого возведем их в квадрат: $4^2=16$; $\left(3\sqrt{3}\right)^2=27$. Очевидно, что $27>16$, следовательно, $3\sqrt{3}>4$, а, значит, $4-3\sqrt{3}<0$, и верным в данном случае является равенство $|x|=-x$.

3) $x=5-\sqrt{10}$. Возведем в квадрат числа 5 и $\sqrt{10}$, поэтому $5-\sqrt{10}>0$, а значит, в данном случае верным является равенство $|x|=x$.

**9.** 1) $\left(\sqrt{8}-3\right)\left(3+2\sqrt{2}\right)=\left(\sqrt{4\cdot 2}-3\right)\left(2\sqrt{2}-3\right)\left(2\sqrt{2}+3\right)=\left(2\sqrt{2}-3\right)\cdot$ $\cdot\left(2\sqrt{2}+3\right)=\left(2\sqrt{2}\right)^2-\left(3^2\right)=8-9=-1$ — рациональное число;

2) $\left(\sqrt{27}-2\right)\left(2-3\sqrt{3}\right)=-\left(2-3\sqrt{3}\right)\left(2-3\sqrt{3}\right)=-\left(2-3\sqrt{3}\right)^2=$ $=-\left(4+27-12\sqrt{3}\right)=12\sqrt{3}-31$ — иррациональное число;

3) $\left(\sqrt{50}+4\sqrt{2}\right)\sqrt{2}=\left(\sqrt{5^2\cdot 2}+4\sqrt{2}\right)\sqrt{2}=\left(5\sqrt{2}+4\sqrt{2}\right)\sqrt{2}=9\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=18$ — рациональное число;

4) $\left(5\sqrt{3}+\sqrt{27}\right):\sqrt{3}=\left(5\sqrt{3}+\sqrt{3^2\cdot 3}\right):\sqrt{3}=\left(5\sqrt{3}+3\sqrt{3}\right):\sqrt{3}=8\sqrt{3}:\sqrt{3}=8$ — рациональное число;

5) $\left(\sqrt{3}-1\right)^2+\left(\sqrt{3}+1\right)^2=3+1-2\sqrt{3}+3+1+2\sqrt{3}=8$ — рациональное число;

6) $\left(\sqrt{5}-1\right)^2-\left(2\sqrt{5}+1\right)^2=5+1-2\sqrt{5}-20-1-4\sqrt{5}=-15-6\sqrt{5}$ — иррациональное число.

**10.** 1) $\sqrt{63}\cdot\sqrt{28}=\sqrt{7\cdot 3^2}\cdot\sqrt{2^2\cdot 7}=3\cdot 2\cdot 7=42$;

2) $\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{2^2\cdot 5}\cdot\sqrt{5}=2\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=10$;

3) $\sqrt{50}:\sqrt{8}=\sqrt{5^2\cdot 2}:\sqrt{2^2\cdot 2}=5:2=2{,}5$;

4) $\sqrt{12}:\sqrt{27}=\sqrt{3\cdot 2^2}:\sqrt{3^2\cdot 3}=2:3=\dfrac{2}{3}$.

**11.** 1) Сравнить $\sqrt{3{,}9}+\sqrt{8}$ и $\sqrt{1{,}1}+\sqrt{17}$.

$\left(\sqrt{3{,}9}+\sqrt{8}\right)^2=3{,}9+8+2\sqrt{31{,}2}=11{,}9+2\sqrt{31{,}2}$;
$\left(\sqrt{1{,}1}+\sqrt{17}\right)^2=1{,}1+17+2\sqrt{18{,}7}=28+2\sqrt{18{,}7}$.

Вычислим знак разности $\left(28+2\sqrt{18{,}7}\right)-\left(11{,}9+2\sqrt{31{,}2}\right)$;

если он положительный, то $\sqrt{1{,}1}+\sqrt{17}>\sqrt{3{,}9}+\sqrt{8}$;

если он отрицательный, то $\sqrt{1{,}1}+\sqrt{17}<\sqrt{3{,}9}+\sqrt{8}$.

Допустим, что он положительный, т.е. $(28+2\sqrt{18{,}7})>(11{,}9+2\sqrt{31{,}2})$,

проверим это: $28-11{,}9+2\sqrt{18{,}7}>2\sqrt{31{,}2}$; $16{,}1+2\sqrt{18{,}7}>2\sqrt{31{,}2}$;

$259{,}21+74{,}8+64{,}4\sqrt{18{,}7}>124{,}8$; $209{,}21+64{,}4\sqrt{18{,}7}>0$ — верное неравенство, значит, наше предположение было верным и $\sqrt{1{,}1}+\sqrt{17}>\sqrt{3{,}9}+\sqrt{8}$.

2) Сравнить $\sqrt{11}-\sqrt{2{,}1}$ и $\sqrt{10}-\sqrt{3{,}1}$.

Допустим, что $\sqrt{11}-\sqrt{2{,}1}>\sqrt{10}-\sqrt{3{,}1}$;

$11+2{,}1-2\sqrt{23{,}1}>10+3{,}1-2\sqrt{31}$; $-2\sqrt{23{,}1}>-2\sqrt{31}$;

$2\sqrt{23{,}1}<2\sqrt{31}$; $23{,}1<31$ — верное неравенство, значит, наше предположение было верным и $\sqrt{11}-\sqrt{2{,}1}>\sqrt{10}-\sqrt{3{,}1}$.

**12.** 1) $\sqrt{\left(\sqrt{7-2\sqrt{10}+\sqrt{2}}\right)\cdot 2\sqrt{5}}=\sqrt{\left(2\sqrt{35-10\sqrt{10}}+2\sqrt{10}\right)}=$

$=\sqrt{\left(\sqrt{\frac{7+3}{2}}-\sqrt{\frac{7-3}{2}}+\sqrt{2}\right)\cdot 2\sqrt{5}}=\sqrt{\left(\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{5}\right)}=\sqrt{10};$

2) $\sqrt{\left(\sqrt{16-6\sqrt{7}}+\sqrt{7}\right)\cdot 3}=\sqrt{\left(\sqrt{\frac{16+2}{2}-\frac{16-2}{2}}+\sqrt{7}\right)\cdot 3}=\sqrt{3\cdot 3}=3;$

3) $\sqrt{\left(\sqrt{8+2\sqrt{15}}-\sqrt{8-2\sqrt{15}}\right)\cdot 2+7}=$

$=\sqrt{\left(\sqrt{\frac{8+\sqrt{64-60}}{2}}+\sqrt{\frac{8-\sqrt{64-60}}{2}}-\sqrt{\frac{8+\sqrt{64-60}}{2}}+\sqrt{\frac{8-\sqrt{64-60}}{2}}\right)\cdot 2+7}=$

$=\sqrt{2\sqrt{\frac{8-\sqrt{4}}{2}}\cdot 2+7}=\sqrt{2\sqrt{\frac{8-2}{2}}\cdot 2+7}=\sqrt{4\sqrt{3}+7}=\sqrt{\frac{7+1}{2}}+\sqrt{\frac{7-1}{2}}=2+\sqrt{3}.$

**13.** 1) $b_n=-5^{2n}$, получим: $b_1=-5^2$; $b_2=-5^4$; $b_3=-5^6$;

Итак, $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{5^4}{5^2}=25=\frac{b_3}{b_2}=\frac{5^6}{5^4}=25$, значит, данная последовательность является геометрической прогрессией.

2) $b_n=2^{3n}$ получим: $b_1=2^3$; $b_2=2^6$; $b_3=2^9$;

Итак, $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{2^6}{2^3}=8=\frac{b_3}{b_2}=\frac{2^9}{2^6}$, значит, данная последовательность является геометрической прогрессией.

**14.** 1) $b_4=88$; $q=2$; $b_4=b_1\cdot q^3$; $88=b_1\cdot 8$; $b_1=11$;

$S_5=\frac{b_1\left(1-q^5\right)}{1-q}=\frac{11(1-32)}{1-2}=31\cdot 11=341;$

2) $b_1=11$; $b_4=88$; $b_4=b_1\cdot q^3$; $88=11\cdot q^3$; $q^3=8$; $q=2$;

$S_5=\frac{11\left(1-2^5\right)}{1-2}=31\cdot 11=341.$

**15.** 1) $1,\frac{1}{5},\frac{1}{25},\ldots$ Итак, $b_3=\frac{1}{25}$; $b_2=\frac{1}{5}$; $q=\frac{b_3}{b_2}=\frac{1}{25}:\frac{1}{5}$; $|q|<1$, значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей;

2) $\frac{1}{3},\frac{1}{9},\frac{1}{27},\ldots$ Итак,

* Решения и ответы приводятся к учебникам указанных годов.

$b_1=\frac{1}{3}$; $b_2=\frac{1}{9}$; $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{1}{3}$.

$q=\frac{b_3}{b_2}=\frac{1}{27}:\frac{1}{9}=\frac{1}{3}$; $|q|<1$, значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей;

3) $-27$, $-9$, $-3$, ... Итак, $b_3=-3$; $b_2=-9$; $q=\frac{b_3}{b_2}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$; $|q|<1$; значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей;

4) $-64$, $-32$, $-16$, ... Итак, $b_3=-16$; $b_2=-32$; $q=\frac{b_3}{b_2}=\frac{16}{32}=\frac{1}{2}$; $|q|<1$, значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

**16.** 1) $b_1=40$; $b_2=-20$; $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{-20}{40}=-\frac{1}{2}$; так как $|q|<1$, то данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей;

2) $b_7=12$; $b_{11}=\frac{3}{4}$; $b_{11}=b_1\cdot q^{10}$; $q=\frac{b_3}{b_2}=\frac{16}{32}=\frac{1}{2}$; $b_7=b_1\cdot q^6$, значит,
$\frac{b_{11}}{b_7}=\frac{b_1\cdot q^{10}}{b_1\cdot q^6}=q^4=\frac{3}{4}:12=\frac{1}{16}$, откуда получаем, что $|q|=\frac{1}{2}<1$, значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей;

3) $b_7=-30$; $b_6=15$; $q=\frac{b_7}{b_6}=\frac{-30}{15}=-2$; $|q|=2>1$, значит, данная геометрическая прогрессия не является бесконечно убывающей;

4) $b_5=9$; $b_{10}=-\frac{1}{27}$; $b_5=b_1\cdot q^4$; $b_{10}=b_1\cdot q^9$, значит,
$\frac{b_{10}}{b_5}=\frac{b_1\cdot q^9}{b_1\cdot q^4}=q^5=-\frac{1}{27}:9$, откуда, $q^5=-\frac{1}{3^5}$, то есть $q=-\frac{1}{3}$; $|q|=\frac{1}{3}<1$, значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

**17.** 1) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{4^n}$. Если $n$ неограниченно возрастает, то $\frac{1}{4^n}$ как угодно близко приближается к нулю, т.е. $\frac{1}{4^n}\to 0$ при $n\to\infty$ или $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{4^n}=0$;

2) $\lim\limits_{n\to\infty}(0,2)^n$. Если $n$ неограниченно возрастает, то $(0,2)^n$ как угодно близко приближается к нулю, т.е. $(0,2)^n\to 0$ при $n\to\infty$ или $\lim\limits_{n\to\infty}(0,2)^n=0$;

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{7^n}\right)$. Если $n$ неограниченно возрастает, то $\frac{1}{7^n}$ как угодно близко приближается к нулю, т.е. $\frac{1}{7^n}\to 0$ при $n\to\infty$ или $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{7^n}\right)=0$. Поэтому, $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{7^n}\right)=1$;

4) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\left(\frac{3}{5}\right)^n-2\right)$. Если $n$ неограниченно возрастает, то $\left(\frac{3}{5}\right)^n$ как угодно близко приближается к нулю, т.е. $\left(\frac{3}{5}\right)^n\to 0$ при $n\to\infty$ или $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3}{5}\right)^n=0$. Поэтому, $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\left(\frac{3}{5}\right)^n-2\right)=-2$.

**18.** 1) $q=-\frac{1}{2}$; $b_1=\frac{1}{8}$; $S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{\frac{1}{8}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{1}{8}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{12}$;

2) $q=\frac{1}{3}$; $b_5=\frac{1}{81}$; $b_5=b_1\cdot q^4$; $\frac{1}{81}=b_1\cdot\frac{1}{3^4}$; $\frac{1}{81}=b_1\cdot\frac{1}{81}$, значит,

$b_1=1$; $S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{1}{1-\frac{1}{3}}=\frac{1}{\frac{2}{3}}=1{,}5$;

3) $q=-\frac{1}{3}$; $b_1=9$; $S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{9}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}=\frac{9}{\frac{4}{3}}=\frac{27}{4}=6{,}75$;

4) $q=-\frac{1}{2}$; $b_4=\frac{1}{8}$; $b_4=b_1\cdot q^3$; $\frac{1}{8}=b_1\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3$; $\frac{1}{8}=-\frac{1}{8}b_1$, откуда получаем $b_1=-1$, значит,

$$S=\frac{-1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{-1}{\frac{3}{2}}=-\frac{2}{3}.$$

**19.** 1) $6, 1, \frac{1}{6},\ldots$ $b_1=6$; $b_2=1$; $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{1}{6}$; $S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{6}{1-\frac{1}{6}}=\frac{6}{\frac{5}{6}}=\frac{36}{5}=7{,}2$;

2) $-25, -5, -1$ ... $b_1=-25$; $b_2=-5$; $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{1}{5}$;

$$S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{-25}{1-\frac{1}{5}}=\frac{-25}{\frac{4}{5}}=\frac{-125}{4}=-31{,}25.$$

**20.** 1) 0,(5). Составим следующую последовательность приближенных значений данной бесконечной дроби:

$$a_1=0{,}5=\frac{5}{10};\ \ a_2=0{,}55=\frac{5}{10}+\frac{5}{10^2},\ldots\ \ a_3=0{,}555=\frac{5}{10}+\frac{5}{10^2}+\frac{5}{10^3},\ldots$$

Запись приближений показывает, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

$a_2 = \frac{5}{10} + \frac{5}{10^2} + \frac{5}{10^3} + \ldots$ Получаем $a = S = \frac{\frac{5}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{5}{9}$;

2) 0,(8). Составим следующую последовательность:

$a_1 = 0{,}8 = \frac{8}{10}$; $a_2 = 0{,}88 = \frac{8}{10} + \frac{8}{10^2}, \ldots$

Запись приближений показывает, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

$a_2 = \frac{8}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{8}{10^3} + \ldots$ Получаем $a = S = \frac{\frac{8}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{8}{9}$;

3) 0,(32). Составим следующую последовательность:

$a_1 = 0{,}32 = \frac{32}{100}$; $a_2 = 0{,}3232 = \frac{32}{100} + \frac{32}{10^4}, \ldots$

Запись приближений показывает, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

$a_2 = \frac{32}{100} + \frac{32}{10^4} + \frac{32}{10^b} + \ldots$ Получаем $a = S = \frac{\frac{32}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{32}{99}$;

4) 0,2(5). Составим следующую последовательность:

$a_1 = 0{,}05 = \frac{5}{100}$; $a_2 = 0{,}055 = \frac{5}{100} + \frac{5}{1000}, \ldots$

Запись приближений показывает, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии и числа 0,2:

Получаем $a = 0{,}2 + S = \frac{1}{5} + \frac{\frac{5}{100}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{1}{5} + \frac{5}{90} = \frac{18+5}{90} = \frac{23}{90}$.

**21.** 1) $b_n = 3 \cdot (-2)^n$; $b_1 = -6$; $b_2 = 12$; $b_3 = -24$;

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{12}{-6} = -2 = \frac{b_3}{b_2} = \frac{-24}{12}$; так как $|q| = 2 > 1$, то данная последовательность не является бесконечно убывающей геометрической прогрессией;

2) $b_n=-5\cdot 4^n$; $b_1=-20$; $b_2=-80$; $b_3=-320$;

$q=\dfrac{b_2}{b_1}=\dfrac{80}{20}=4=\dfrac{b_3}{b_2}=\dfrac{-320}{-80}$; так как $|q|=4>1$, то данная последовательность не является бесконечно убывающей геометрической прогрессией;

3) $b_n=8\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$; $b_1=8$; $b_2=-\dfrac{8}{3}$; $b_3=\dfrac{8}{9}$;

$q=\dfrac{b_2}{b_1}=\dfrac{-\frac{8}{3}}{8}=-\dfrac{1}{3}=\dfrac{b_3}{b_2}=\dfrac{\frac{8}{9}}{-\frac{8}{3}}$; так как $|q|=\dfrac{1}{3}<1$, значит, данная последовательность является бесконечно убывающей геометрической прогрессией;

4) $b_n=3\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$; $b_1=3$; $b_2=-\dfrac{3}{2}$; $b_3=\dfrac{3}{4}$;

$q=\dfrac{b_2}{b_1}=\dfrac{-\frac{3}{2}}{8}=-\dfrac{1}{2}=\dfrac{b_3}{b_2}=\dfrac{\frac{3}{4}}{-\frac{3}{2}}$; так как $|q|=\dfrac{1}{2}<1$, значит, данная последовательность является бесконечно убывающей геометрической прогрессией;

**22.** 1) $q=\dfrac{1}{2}$; $b_5=\dfrac{\sqrt{2}}{16}$; $b_5=b_1\cdot q^4$; $\dfrac{\sqrt{2}}{16}=b_1\cdot\dfrac{1}{16}$;

откуда получаем $b_1=\sqrt{2}$; $S=\dfrac{b_1}{1-q}=\dfrac{\sqrt{2}}{1-\frac{1}{2}}=2\sqrt{2}$;

2) $q=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $b_4=\dfrac{9}{8}$; $b_4=b_1\cdot q^3$; $\dfrac{9}{8}=b_1\cdot\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$;

откуда получаем $b_1=\sqrt{3}$; $S=\dfrac{b_1}{1-q}=\dfrac{\sqrt{3}}{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}=2\sqrt{3}\left(2+\sqrt{3}\right)$.

**23.** 1) $S=30$; $q=\dfrac{1}{5}$. Итак, $S=\dfrac{b_1}{1-q}$, значит, $b_1=S\cdot(1-q)=30\left(1-\dfrac{1}{5}\right)=24$;

2) $S=30$; $b_1=20$. Итак, $S=\dfrac{b_1}{1-q}$, значит, $1-q=\dfrac{b_1}{S}$,

а $q=1-\dfrac{b_1}{S}=1-\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}$.

**24.** 1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3-2^n}{2^n}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3}{2^n}-1\right).$

Если $n$ неограниченно возрастает, то $\dfrac{3}{2^n}$ как угодно близко приближается к нулю, т.е. $\dfrac{3}{2^n}\to 0$ при $n\to\infty$ или $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3}{2^n}=0.$

Поэтому, $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3}{2^n}-1\right)=-1.$

2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3^{n+2}+2}{3^n}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{9\cdot 3^n+2}{3^n}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(9+\dfrac{2}{3^n}\right).$

Если $n$ неограниченно возрастает, то $\dfrac{2}{3^n}$ как угодно близко приближается к нулю, т.е. $\dfrac{2}{3^n}\to 0$ при $n\to\infty$ или $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{3^n}=0.$

Поэтому, $\lim\limits_{n\to\infty}\left(9+\dfrac{2}{3^n}\right)=9.$

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\left(5^n+1\right)^2}{5^{2n}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5^{2n}+1+2\cdot 5^n}{5^{2n}}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{5^{2n}}+\dfrac{2}{5^n}\right).$

Если $n$ неограниченно возрастает, то $\dfrac{1}{5^{2n}}$ и $\dfrac{2}{5^n}$ как угодно близко приближается к нулю, т.е. $\dfrac{1}{5^{2n}}\to 0$ и $\dfrac{2}{5^n}\to 0$ при $n\to\infty$ или $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{5^{2n}}=0$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{5^n}=0.$

Поэтому, $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{5^{2n}}+\dfrac{2}{5^n}\right)=1.$

**25.** Стороны поставленных друг на друга кубов составляют бесконечную убывающую геометрическую прогрессию.

$a,\dfrac{a}{2},\dfrac{a}{4},\dfrac{a}{8},\ldots$ значит, высота получившейся фигуры равна сумме бесконечно убывающей геометрической прогрессии с $q=\dfrac{\frac{a}{2}}{a}=\dfrac{1}{2};$

$S=\dfrac{b_1}{1-q}=\dfrac{a}{1-\frac{1}{2}}=2a.$

**26.** Расстояния от точки касания первой окружности со второй есть сумма бесконечно убывающей прогрессии диаметров окружностей с радиусами $R_2$, $R_3\ldots$ $R_n\ldots$, то есть $2\left(R_2+R_2+\ldots+R_2+\ldots\right)$, значит, расстояние от центра первой окружности до вершины угла равно $R_1+2\left(R_2+R_2+\ldots+R_2+\ldots\right).$
Расстояние от вершины угла до центра второй окружности равно $2R_1-R_2-R_1=R_1-R_2.$

Из подобия треугольников следует $\frac{R_1}{R_2}=\frac{2R_1}{R_1-R_2}$, откуда $R_1{}^2-R_1R_2=2R_1R_2$, $R_2=\frac{R_1}{3}$, аналогично, $R_3=\frac{R_2}{3}=\frac{R_1}{9}$, таким образом, $R_n=\frac{R_1}{3^{n-1}}$.

**27.** 1) $\sqrt{1}=\sqrt{1^2}=1$; $\sqrt{0}=\sqrt{0^2}=0$; $\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$;

$\sqrt{0,81}=\sqrt{(0,9)^2}=0,9$; $\sqrt{\frac{1}{289}}=\sqrt{\frac{1}{(17)^2}}=\frac{1}{17}$;

2) $\sqrt[3]{1}=\sqrt[3]{1^3}=1$; $\sqrt[3]{0}=\sqrt[3]{0^3}=0$; $\sqrt[3]{125}=\sqrt[3]{5^3}=5$;

$\sqrt[3]{\frac{1}{27}}=\sqrt[3]{\frac{1}{3^3}}=\frac{1}{3}$; $\sqrt[3]{0,027}=\sqrt[3]{(0,3)^3}=0,3$; $\sqrt[3]{0,064}=\sqrt[3]{(0,4)^3}=0,4$;

3) $\sqrt[4]{0}=\sqrt[4]{0^4}=0$; $\sqrt[4]{1}=\sqrt[4]{1^4}=1$; $\sqrt[4]{16}=\sqrt[4]{2^4}=2$;

$\sqrt[4]{\frac{18}{81}}=\sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^4}=\frac{2}{3}$; $\sqrt[4]{\frac{256}{625}}=\sqrt[4]{\left(\frac{4}{5}\right)^4}=\frac{4}{5}$; $\sqrt[4]{0,0016}=\sqrt[4]{(0,2)^4}=0,2$.

**28.** 1) $\sqrt[6]{36^3}=\sqrt[6]{\left(6^2\right)^3}=\sqrt[6]{6^6}=6$;

2) $\sqrt[12]{64^2}=\sqrt[12]{\left(2^6\right)^2}=\sqrt[12]{2^{12}}=2$;

3) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{25}\right)^2}=\sqrt[4]{\left(\frac{1}{5^2}\right)^2}=\sqrt[4]{\left(\frac{1}{5}\right)^4}=\frac{1}{5}$;

4) $\sqrt[8]{225^4}=\sqrt[8]{\left(15^2\right)^4}=\sqrt[8]{15^8}=15$.

**29.** 1) $\sqrt[3]{10^6}=\sqrt[3]{\left(10^2\right)^3}=10^2=100$;

2) $\sqrt[3]{3^{12}}=\sqrt[3]{\left(3^4\right)^3}=3^4=81$;

3) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}}=\sqrt[4]{\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^4}=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$;

4) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{16}}=\sqrt[4]{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^4\right)^4}=\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{81}$.

**30.** 1) $\sqrt[3]{-8}=\sqrt[3]{(-2)^3}=-2$;

2) $\sqrt[15]{-1}=\sqrt[15]{(-1)^{15}}=-1$;

3) $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}=\sqrt[3]{\left(-\frac{1}{3}\right)^3}=-\frac{1}{3};$

4) $\sqrt[5]{-1024}=\sqrt[5]{(-4)^5}=-4;$

5) $\sqrt[3]{-34^3}=-\sqrt[3]{34^3}=-34;$

6) $\sqrt[7]{-8^7}=-\sqrt[7]{8^7}=-8.$

**31.** 1) $x^4=256;\ x=\pm\sqrt[4]{256};\ x=\pm\sqrt[4]{4^4};\ x=4$ или $x=-4;$

2) $x^5=-\frac{1}{32};\ x=\sqrt[5]{-\frac{1}{32}};\ x=-\sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^5};\ x=-\frac{1}{2};$

3) $5x^5=-160;\ x=\sqrt[5]{-32}=-\sqrt[5]{2^5}=-2;$

4) $2x^6=128;\ x^6=64;\ |x|=\sqrt[6]{64}=\sqrt[6]{2^6}=2,$ отсюда $x=2$ или $x=-2.$

**32.** 1) $\sqrt[3]{-125}+\frac{1}{8}\sqrt[6]{64}=-\sqrt[3]{5^3}+\frac{1}{8}\sqrt[6]{2^6}=-5+\frac{1}{4}=-4{,}75;$

2) $\sqrt[5]{32}-0{,}5\sqrt[3]{-216}=\sqrt[5]{2^5}+0{,}5\sqrt[3]{6^3}=2+3=5;$

3) $-\frac{1}{3}\sqrt[4]{81}+\sqrt[4]{625}=-\frac{1}{3}\sqrt[4]{3^4}+\sqrt[4]{5^4}=-1+5=4;$

4) $\sqrt[3]{-1000}-\frac{1}{4}\sqrt[4]{256}=-\sqrt[3]{10^3}-\frac{1}{4}\sqrt[4]{4^4}=-10-1=-11;$

5) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}}+\sqrt[3]{-0{,}001}-\sqrt[4]{0{,}0016}=\sqrt[5]{\left(\frac{1}{3}\right)^5}+\sqrt[3]{(-0{,}1)^3}-\sqrt[4]{(0{,}2)^4}=$

$=\frac{1}{3}-0{,}1-0{,}2=\frac{1}{3}-\frac{3}{10}=\frac{10-9}{30}=\frac{1}{30}.$

**33.** 1) $\sqrt[3]{343\cdot 0{,}125}=\sqrt[3]{(7)^3\cdot(0{,}5)^3}=\sqrt[3]{(7\cdot 0{,}5)^3}=7\cdot 0{,}5=3{,}5;$

2) $\sqrt[3]{512\cdot 216}=\sqrt[3]{8^3\cdot 6^3}=\sqrt[3]{(8\cdot 6)^3}=8\cdot 6=48;$

3) $\sqrt[5]{32\cdot 100000}=\sqrt[5]{2^5\cdot 10^5}=\sqrt[5]{(2\cdot 10)^5}=2\cdot 10=20.$

**34.** 1) $\sqrt[3]{5^3\cdot 7^3}=\sqrt[3]{(5\cdot 7)^3}=5\cdot 7=35;$

2) $\sqrt[4]{11^4\cdot 3^4}=\sqrt[4]{(11\cdot 3)^4}=11\cdot 3=33;$

3) $\sqrt[5]{(0{,}2)^5\cdot 8^5}=\sqrt[5]{(0{,}2\cdot 8)^5}=0{,}2\cdot 8=1{,}6;$

4) $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}\right)^7\cdot 21^7}=\sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}\cdot 21\right)^7}=\frac{1}{3}\cdot 21=7.$

**35.** 1) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{500}=\sqrt[3]{2\cdot 500}=\sqrt[3]{1000}=\sqrt[3]{10^3}=10;$

2) $\sqrt[3]{0,2}\cdot\sqrt[3]{0,04}=\sqrt[3]{0,2\cdot 0,04}=\sqrt[3]{0,008}=\sqrt[3]{(0,2)^3}=0,2;$

3) $\sqrt[4]{324}\cdot\sqrt[4]{4}=\sqrt[4]{324\cdot 4}=\sqrt[4]{81\cdot 2^4}=\sqrt[4]{3^4\cdot 2^4}=3\cdot 2=6;$

4) $\sqrt[5]{2}\cdot\sqrt[5]{16}=\sqrt[5]{2\cdot 16}=\sqrt[5]{32}=2.$

**36.** 1) $\sqrt[5]{3^{10}\cdot 2^{15}}=3^2\cdot 2^3=9\cdot 8=72;$

2) $\sqrt[3]{2^3\cdot 5^6}=\sqrt[3]{\left(2\cdot 5^2\right)^3}=2\cdot 5^2=2\cdot 25=50;$

3) $\sqrt[4]{3^{12}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^8}=\sqrt[4]{\left(3^3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^4}=3^3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2=27\cdot\frac{1}{9}=3;$

4) $\sqrt[10]{4^{30}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{20}}=\sqrt[10]{(4^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2)^{10}}=4^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=64\cdot\frac{1}{4}=16.$

**37.** 1) $\sqrt[3]{64x^3z^6}=\sqrt[3]{4^3x^3z^6}=\sqrt[3]{\left(4xz^2\right)^3}=4xz^2;$

2) $\sqrt[4]{a^8b^{12}}=\sqrt[4]{\left(a^2b^3\right)^4}=a^2b^3;$

3) $\sqrt[5]{32x^{10}y^{20}}=\sqrt[5]{2^5x^{2\cdot 5}y^{4\cdot 5}}=\sqrt[5]{\left(2x^2y^4\right)^5}=2x^2y^4;$

4) $\sqrt[6]{a^{12}b^{18}}=\sqrt[6]{a^{2\cdot 6}b^{3\cdot 6}}=\sqrt[6]{\left(a^2b^3\right)^6}=a^2b^3.$

**38.** 1) $\sqrt[3]{2ab^2}\cdot\sqrt[3]{4a^2b}=\sqrt[3]{2\cdot 4a^3b^3}=\sqrt[3]{\left(2ab\right)^3}=2ab;$

2) $\sqrt[4]{3a^2b^3}\cdot\sqrt[4]{27a^2b}=\sqrt[4]{3^4a^4b^4}=\sqrt[4]{\left(3ab\right)^4}=3ab;$

3) $\sqrt[4]{\frac{ab}{c}}\cdot\sqrt[4]{\frac{a^3c}{b}}=\sqrt[4]{\frac{ab}{c}\cdot\frac{a^3c}{b}}=\sqrt[4]{a^4}=a;$

4) $\sqrt[3]{\frac{16a}{b^2}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{2ab}}=\sqrt[3]{\frac{16a}{b^2}\cdot\frac{1}{2ab}}=\sqrt[3]{\frac{8}{b^3}}=\sqrt[3]{\left(\frac{2}{b}\right)^3}=\frac{2}{b}.$

**39.** 1) $\sqrt[3]{\frac{64}{125}}=\sqrt[3]{\frac{4^3}{5^3}}=\sqrt[3]{\left(\frac{4}{5}\right)^3}=\frac{4}{5};$

2) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}=\sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^4}=\frac{2}{3};$