Е.М. Бородачева

МАТЕМАТИКА

Карманный справочник

МОСКВА
2016

Содержание

Некоторые постоянные

$\frac{1}{2} = 0{,}5$	$\frac{1}{8} = 0{,}125$
$\frac{1}{3} \approx 0{,}333$	$\frac{1}{9} \approx 0{,}111$
$\frac{1}{4} = 0{,}25$	$\frac{1}{10} = 0{,}1$
$\frac{1}{5} = 0{,}2$	$\frac{1}{100} = 0{,}01$
$\frac{1}{6} \approx 0{,}166$	$\frac{1}{1000} = 0{,}001$
$\frac{1}{7} \approx 0{,}142$	$\frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$

$\sqrt{2} \approx 1{,}414$	$\sqrt{7} \approx 2{,}645$
$\sqrt{3} \approx 1{,}732$	$\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2{,}828$
$\sqrt{5} \approx 2{,}236$	$\sqrt{10} \approx 3{,}162$
$\sqrt{6} \approx 2{,}449$	

$0! = 1$	$3! = 6$
$1! = 1$	$4! = 24$
$2! = 2$	$5! = 120$

$\ln 0 = 1$	$\ln 6 \approx 1{,}791$
$\ln 2 \approx 0{,}693$	$\ln 7 \approx 1{,}945$
$\ln 3 \approx 1{,}098$	$\ln 8 \approx 2{,}079$
$\ln 4 \approx 1{,}386$	$\ln 9 \approx 2{,}197$
$\ln 5 \approx 1{,}609$	

$\lg 1 = 0$	$\lg 6 \approx 0{,}778$
$\lg 2 \approx 0{,}301$	$\lg 7 \approx 0{,}845$
$\lg 3 \approx 0{,}477$	$\lg 8 \approx 0{,}903$
$\lg 4 \approx 0{,}602$	$\lg 9 \approx 0{,}954$
$\lg 5 \approx 0{,}699$	

$\pi \approx 3{,}141$	$\frac{\pi}{2} \approx 1{,}570$
$\pi^2 \approx 9{,}869$	$\frac{\pi}{3} \approx 1{,}047$
$\pi^3 \approx 31{,}006$	$\frac{1}{\pi} \approx 0{,}318$
$\pi^4 \approx 97{,}409$	$\sqrt{\pi} \approx 1{,}772$
$2\pi \approx 6{,}283$	

$$e \approx 2{,}718$$
$$e^2 \approx 7{,}389$$
$$\frac{1}{e} \approx 0{,}367$$
$$\sqrt{e} \approx 1{,}648$$

1. Начала анализа и алгебры

1.1. Числа, действия с числами

1.1.1. Классы чисел

Натуральные числа

Натуральными называют числа, с помощью которых можно считать предметы: 1, 2, 3 и т. д. Число 0 не является натуральным.

Последовательность всех натуральных чисел, расположенных в порядке их возрастания, называется **натуральным рядом**.

Множество всех натуральных чисел принято обозначать символом N (от лат. *naturalis* — естественный):

$N = \{1, 2, 3\ldots\}$.

Любое натуральное число можно представить в виде суммы разрядных слагаемых:

$$a = \overline{a_n a_{n-1} a_{n-2} \ldots a_2 a_1 a_0} =$$

$$= a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0,$$

где 10^i— i-я разрядная единица, a_i — количество i-х разрядных единиц, $a_n > 0$.

Таблица разрядов и классов натуральных чисел

Порядок	Значение разрядной единицы	Классы	Разряды
0	10^0	единица	единицы
1	10^1		десятки
2	10^2		сотни
3	10^3	тысяча	единицы тысяч
4	10^4		десятки тысяч
5	10^5		сотни тысяч
6	10^6	миллион	единицы миллионов
7	10^7		десятки миллионов
8	10^8		сотни миллионов
9	10^9	миллиард	единицы миллиардов
10	10^{10}		десятки миллиардов
11	10^{11}		сотни миллиардов

Числа высокой разрядности:

10^9 — миллиард,

10^{12} — триллион,

10^{15} — квадриллион,

10^{18} — квинтиллион,

10^{21} — секстиллион,

10^{24} — септиллион,

10^{27} — октиллион,

10^{30} — нониллион,

10^{33} — дециллион.

Целые числа

Два числа, отличающиеся друг от друга только знаком, называются **противоположными** (например: +1 и –1, +5 и –5). **Положительные** числа — это числа больше нуля (со знаком +), а **отрицательные** — это числа меньше нуля (со знаком –).

Целыми называются все натуральные числа, число 0 и все отрицательные числа, противоположные натуральным. Множество целых чисел обозначается Z:

$Z = \{\ldots -2, -1, 0, 1, 2\ldots\}$.

Однозначными называются целые неотрицательные числа, которые можно записать с помощью одной десятичной цифры (0, 1, 2…9), **двузначными** — с помощью двух цифр (10, 11, 12…99) и т. д. Числа, для записи которых используется более одной цифры, называются **многозначными**.

Рациональные числа

Число, которое можно записать в виде отношения $\frac{m}{n}$, где m — целое, n — натуральное, называется **рациональным**.

Множество рациональных чисел обозначается Q:

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \middle| m \in Z, n \in N \right\}.$$

Существуют две формы записи рационального числа — обыкновенная и десятичная дроби.

Обыкновенная (или **простая**) дробь — запись рационального числа в виде $\pm\frac{m}{n}$ ($n \neq 0$). При этом делимое m называется **числителем** дроби, а делитель n — **знаменателем**.

Обыкновенная дробь может быть правильной, неправильной и смешанной. **Правильной** называется дробь, у которой модуль числителя меньше модуля знаменателя ($|m| < n$) и которая представляет рациональные числа, по модулю меньшие единицы. Дробь, не являющаяся правильной, называется **неправильной** и представляет рациональное число, большее или равное единице по модулю.

Неправильную дробь можно представить в виде суммы целого числа и правильной дроби, называемой **смешанной** дробью.

Десятичной дробью называют позиционную запись дроби. Она выглядит следующим образом:

$$\pm \overline{a_1 a_2 \ldots a_n, b_1 b_2 \ldots} \; .$$

Часть записи, которая стоит до позиционной запятой, является **целой частью** числа (дроби), а стоящая после запятой — **дробной частью**. Любая обыкновенная дробь может быть представлена единственным образом в виде конечной десятичной дроби или в виде бесконечной периодической дроби.

Если десятичная дробь имеет конечное число знаков после запятой, то она и называется **конечной десятичной дробью**.

Если в записи десятичной дроби одна цифра или группа цифр начинают повторяться бесконечно много раз, такую дробь называют **периодической**. В краткой записи периодической дроби повторяющуюся цифру (или группу цифр) пишут в скобках. Эту цифру (или группу цифр) называют **периодом дроби**.

Переход из периодической дроби в обыкновенную осуществляется с помощью формулы:

$$\overline{a_1a_2\ldots a_n, b_1b_2\ldots b_m(c_1c_2\ldots c_k)} = \overline{a_1a_2\ldots a_n} + \frac{\overline{b_1b_2\ldots b_mc_1c_2\ldots c_k} - \overline{b_1b_2\ldots b_m}}{(10^k-1)\cdot 10^m}.$$

Иррациональные числа

Иррациональное число — это число, которое не является рациональным, то есть не может быть представлено в виде дроби $\frac{m}{n}$, где m — целое, n — натуральное число.

Множество иррациональных чисел обозначается заглавной латинской буквой I.

Иррациональное число может быть представлено в виде бесконечной непериодической десятичной дроби.

Действительные числа

Рациональные числа и иррациональные числа образуют множество **действительных** (или **вещественных**) чисел.

Множество действительных чисел обозначается заглавной латинской буквой R.