

МАТЕМАТИКА

Наталья Карпушина

Ж. ВЕРН

А.К. ДОЙЛ

А.С. ПУШКИН

ДЖ. К. ДЖЕРОМ

А. ДЮМА

Л. КЭРРОЛЛ

ДЖ. СВИФТ

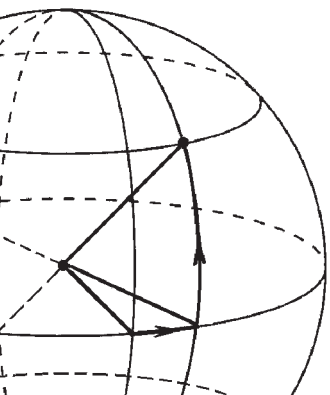
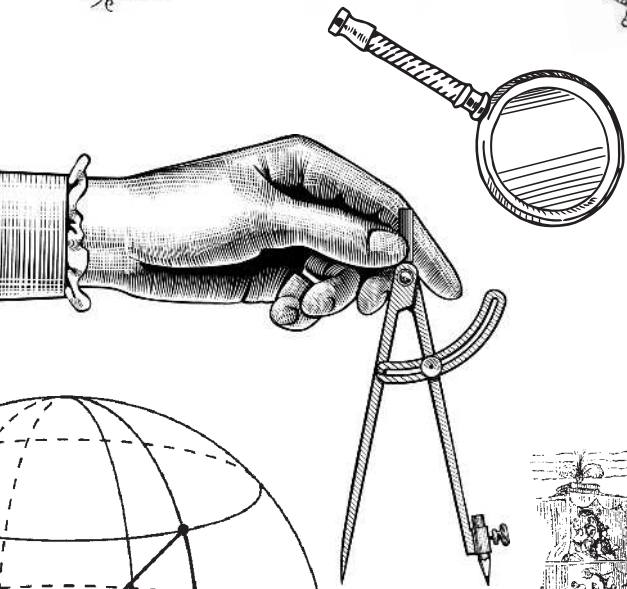
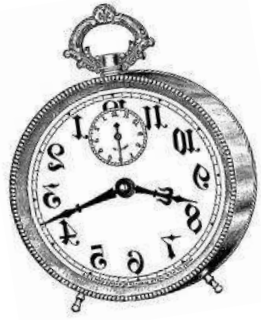
Т.М. РИД

и другие

Классические
произведения
с комментариями
математика



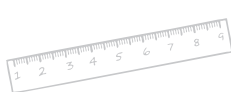
Аванта



ЧТО ТОЛКУ В КНИЖКЕ БЕЗ ВОПРОСОВ И ЗАГАДОК? (послание читателю)

Когда-то, работая над юбилейной статьей об авторе самой популярной в мире литературной сказки «Алиса в Стране чудес», я стала перечитывать диалоги Кэрролла и комментарии к ней разных ученых (по иронии судьбы, самобытный писатель Льюис Кэрролл оказался лучшим математиком и мыслителем, нежели профессор Чарлз Доджсон — таково его настоящее имя, чем надолго привлек к себе внимание). Оказалось, все эти суждения были адресованы взрослым, а кое-кто предлагал присвоить и самой сказке статус «только для взрослых». Разве это справедливо? «Алису» Кэрролл придумал для детей, более того — при их участии. Так мог ли этот знатный специалист по пище для ума не обеспечить ею своих главных читателей? Ни в коем разе!

Его чудесатая сказка — кладезь хитроумных загадок и вопросов, ни один персонаж не задает их просто так и рассчитывает получить на них вразумительные ответы. А такую любознательную героиню, как Алиса, еще поискать! Сказка Кэрролла — этаким вечно манящим ларчиком с потайными ящичками, которые просто открываются, когда подберешь к ним ключик. Поразительно, но за полтора столетия никто так и не добрался до ящичка с главными секретами — для детей, хотя ключик Кэрролл оставил на самом видном месте!.. С тех пор как я стала смотреть на многие эпизоды «Алисы» так, как вполне мог бы смотреть на них сам писатель — математик, логик, к тому же мой коллега-преподаватель, у меня собралась изрядная коллекция его изящных головоломок. Она, в свою очередь, по-



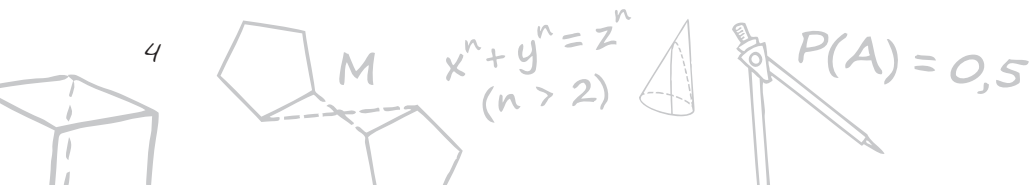
$$\sum_{n=0}^{64} 2^n$$



ложила начало собранию оригинальных литературных сюжетов и историй, герои которых — знакомые все лица! — решают непростые задачи и успешно применяют законы математики в нестандартных, если не сказать экстремальных, ситуациях. В этой книжке представлены отборные экспонаты из этих коллекций, как и положено, с подробным «описанием».

Лучшие из этих историй поведали миру, конечно, классики мировой литературы, представители едва ли не всех ее жанров. Откуда у именитых писателей неиссякаемый интерес к «царице наук»? Как математика попадала на страницы их книг? Какие вопросы занимали тружеников пера и их персонажей больше всего? О-о, у каждого автора на этот счет имеется своя история, и не одна! Правда, никто не спешит ими поделиться... Все же мы заглянем в творческую лабораторию великих писателей и понаблюдаем за любимыми героями, чтобы убедиться: математические идеи и понятия появлялись в сочинениях классиков вовсе не случайно. Скажу больше — без знания точных наук ни сами писатели, ни их персонажи порой вообще не могли обойтись.

Стало быть, план А таков. Мы препарируем каждую историю, чтобы найти ответы на вопросы, не дающие покоя многим поколениям читателей всех возрастов. Узнаем, о чем размышлял Додо-математик, устроивший «бег по кругу». Выясним, достоверно ли Гулливер описал свою жизнь в Лилипутии. Выведем на чистую воду самого барона Мюнхгаузена. Разберемся, почему Шерлоку Холмсу подозрительно часто везло. Оценим, сильно ли рисковал Атос, играя в кости на чужой алмаз. Откроем правду о проигрыше инженера Германна. Изучим законы Зазеркалья. Познакомимся с четвертым измерением... и узнаем еще



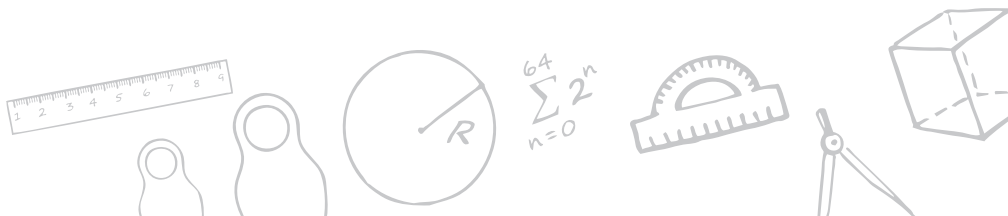
много интересного — все это за счет математики и ее творцов!

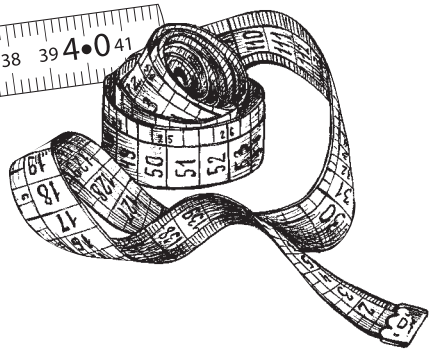
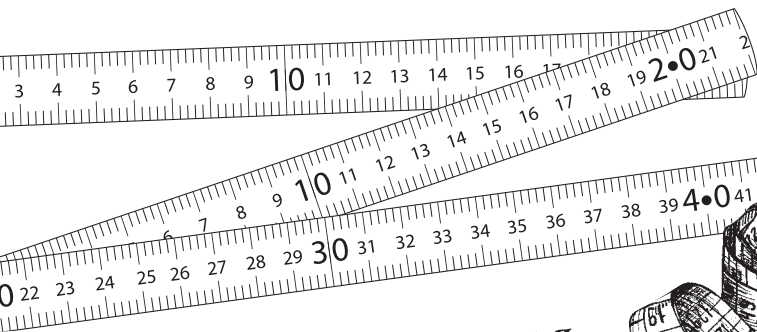
Если вам этого покажется мало (мало — это когда все съел и еще хочется, как говорил один толковый попугай), приступайте к плану Б, то есть к десерту из головоломок, которые приводятся после каждой истории. Что толку в книжке, если в ней нет ни вопросов, ни загадок, не так ли? Я тоже так считаю, поэтому и добавила необходимую и достаточную порцию исключительно полезной пищи для юного ума.

Наконец, план С — осилить вторую часть книжки. Ну как осилить? Во-первых, набраться храбрости и взглянуть на себя со стороны. Классики отечественной литературы настолько правдоподобно описали разные типажи учеников и их учителей, что не узнать себя или своих друзей в каком-то из персонажей будет очень трудно. Во-вторых, не расслабляться раньше времени (а здоровый смех к этому очень располагает), иначе некому будет выручать героев этих забавных историй. В-третьих, как приятно было бы блеснуть знаниями и провести мастер-класс для тех, кому наука арифметика еще не покорилась...

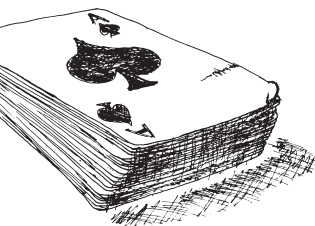
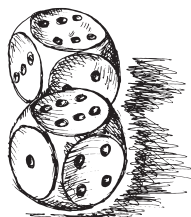
Одним словом, читайте, вникайте, а главное — держайте!

Н. Карпушина





ЧАСТЬ ПЕРВАЯ Геометрия и иже с нею



Quod erat faciendum¹

Поможет ли искусство измерять выйти из трудного положения?

(из романа Томаса Майн Рида «Морской волчонок»)

Каким способом измерить остаток воды в бочке? Это была старая винная бочка — такие употребляются на судах для перевозки пресной воды для команды, — но я ведь не знал, какую жидкость она содержала раньше, и поэтому не мог определить на глаз емкость бочки. Знай я емкость, я мог бы приблизительно определить, сколько я выпил и сколько еще осталось. Особая точность здесь не требовалась.

Я хорошо помнил «таблицу мер жидкостей», и недаром это была самая трудная из таблиц для заучивания наизусть. Немало я получил в школе розог, пока научился повторять ее с начала до конца. Наконец я вытвердил ее так, что мог произнести всю без запинки...

Чтобы вычислить емкость бочки, нужно знать ее высоту (или половину высоты), длину окружности ее основания и длину окружности самой широкой части. Зная все это, я мог сказать, сколько в нее войдет воды, — другими словами, я мог

¹ Что и требовалось сделать (лат.).

События происходят на дне трюма, в котором оказался заперт юный герой, любитель морских приключений, тайком пробравшийся на торговое судно. Описанная в романе история случилась не позже 1819 г. — Прим. автора-сост.



$$\sum_{n=0}^{64} 2^n$$



7



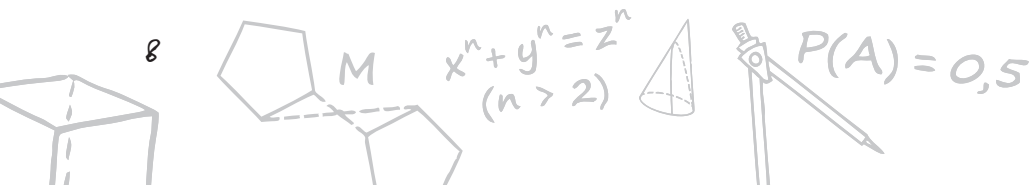
сосчитать, сколько она содержит кубических дюймов жидкости. Узнав эту цифру, мне оставалось разделить ее на шестьдесят девять с чем-то и получить число кварт, а затем простым делением на четыре превратить кварталы в галлоны, если мне понадобится вычислить емкость в галлонах.

Значит, необходимо найти три основные величины, и тогда я сумею определить емкость бочки. Но в этом-то и заключалась вся трудность. Как найти эти три величины?

Я мог бы еще определить высоту, потому что это было для меня достижимо. Но как определить окружность в середине и по краям? Я не мог ни перебраться через верх бочки, ни подлезть под нее. И то и другое было для меня недоступно. Кро-

Человек — сам себе мерка?

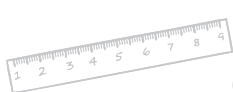
Измерение какой-либо величины сводится к сравнению ее с эталоном, выбранным в качестве единицы измерения. Оно бывает как прямым, с помощью инструментов, так и косвенным, когда измеряют другие величины и вычисляют на их основе искомую. Первым способом герой Майн Рида определил размеры бочки, а вторым — ее объем. Главное, что для этого требовалось, — умение измерять длину отрезка. Будь у мальчика линейка с делениями или складной фут, он без труда справился бы с задачей. Но инструмент пришлось изготовить самому из палки, нанеся на нее деления в футах и дюймах. И тут мальчик проявил недюжинную изобретательность, а исходной меркой ему послужил собственный рост. Такой примитивный способ



ме того, передо мной была еще одна трудность: мне нечем было мерить — ни линейки, ни шнура, то есть никакого инструмента, которым можно было бы определить количество футов или дюймов. Так что, если бы я даже мог обойти вокруг бочки, все равно я оказался бы в затруднении.

Однако я решил не сдаваться, пока не придумаю чего-нибудь. Это занятие поможет мне развлечься. И, кроме того, как я уже говорил, это было делом первейшей важности. К тому же старик учитель внушал нам, что настойчивость часто приводит к успеху там, где успех кажется невозможным. Вспоминая его наставления, я принял решение не отступить, пока не иссякнут последние силы.

измерения известен с незапамятных времен. В древности единицы длины выбирались из соображений простоты и удобства. Их первыми образцами человеку служили размеры частей его тела: пальцев, ладони, ступни и пр. Одни и те же мерки отличались у разных людей, зато у каждого они всегда были с собой. Вот и сегодня, не располагая рулеткой или другими инструментами, мы легко оцениваем малые длины и расстояния буквально голыми руками — хоть толщиной пальца, хоть шириной ладони.



$$\sum_{n=0}^{64} 2^n$$



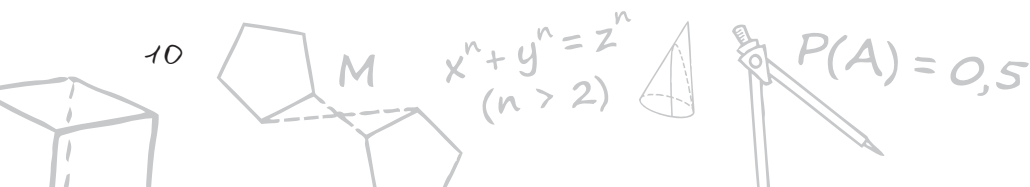
Поэтому я продолжал упорствовать и скорее, чем можно рассказать об этом, открыл способ измерить бочку.

Прежде всего мне необходимо было узнать длину диаметра, проходящего через центр бочки, и скоро я нашел способ измерить его. Для этого мне требовались лишь жердочка или палка достаточной длины, чтобы ее можно было ввести в бочку в самом широком месте. Мне было ясно, что, вставив такую палку в дыру с одной стороны бочки и доведя ее до противоположной стенки — в точке, диаметрально противоположной этой дыре, я получу точный диаметр серединной части бочки: та часть палки, которая пройдет от стенки до стенки, и будет диаметром...

По чистой случайности одно из просверленных мною отверстий находилось как раз на середине бочки.

Как построить систему мер длины?

Со временем возникла необходимость установить соотношения между мерами длины и привести их в единую систему. В этом деле требуются определенность и точность во всем. Для каждой меры следует указать ее значение и выбрать образец. Для простоты вычислений меры должны легко выражаться одна через другую. Поэтому важно выбрать удобное основание для всей системы — число, равное отношению любых двух «соседних» мер, если упорядочить их все по возрастанию. Так, в метрической системе за основу взяты метр и число 10, совпадающее с основа-



Но где найти палку, спросите вы, где найти это орудие для измерения?

Доска от ящика для галет — вот вполне подходящий материал, из которого можно соорудить палку. Я это сразу сообразил и немедля принялся за дело.

Доска имела в длину немного больше двух футов, и ее не хватило бы, чтобы просунуть через бочку, которая на ощупь была шириной в четыре или пять футов. Но небольшого ухищрения оказалось достаточно, чтобы преодолеть это препятствие. Надо отколоть три планочки и соединить их концы — получится палка достаточной длины.

Так я и сделал. К счастью, доска легко раскалывалась вдоль волокна. Я строгал осторожно, стараясь сделать палку не слишком толстой и не слишком тонкой.

Мне удалось сделать три планки нужной толщины. Я обрезал концы наискось, обстрогал план-

нием нашей системы счисления, так что всякая мера длины отличается от следующей в 10 раз. Еще удобнее иметь дело с единицами длины, кратными основной единице или являющимися ее долями, ибо результат измерения будет рациональным числом. Значит, основанием системы мер надо сделать число, имеющее как можно больше делителей, например 12. Таковой является английская система мер длины, с которой имел дело герой романа. Майн Рид, хорошо разбиравшийся в математике, описал данный эпизод во всех подробностях и показал преимущества этой системы.



$$\sum_{n=0}^{64} 2^n$$



11



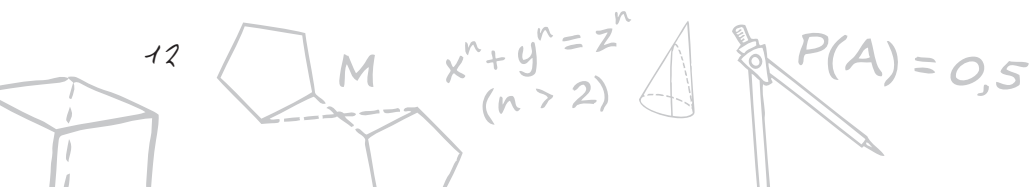
ки и подогнал их друг к другу, чтобы их можно было соединить.

Теперь надо было найти два шнурка, а это было самым легким делом в мире. У меня на ногах красовались башмаки, зашнурованные до самой лодыжки полосками телячьей кожи, каждая в ярд длиной. Я выдернул их из дырочек и связал ими планки. Теперь у меня в руках была палка длиной в пять футов — достаточно длинная, чтобы пройти насквозь через самую широкую часть бочки, и достаточно тонкая, чтобы пролезть через отверстие. Я немного расширил и его.

«Прекрасно! — думал я. — Сейчас мы и определим диаметр». Я поднялся на ноги. Трудно описать разочарование, которое я испытал, убедившись в том, что первая из моих операций, казавшаяся самой простой, не может быть выпол-

Справился ли мальчик с задачей?

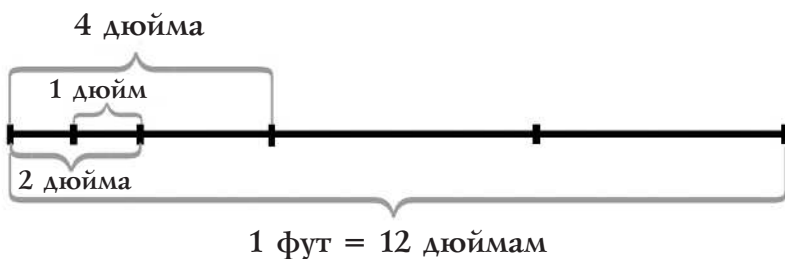
В системе мер с основанием 12 части большей меры — $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/6$, $1/12$ — выражаются целым числом меньших мер. Так, в английской системе мер 1 ярд = 3 футам, 1 фут = 12 дюймам, 1 хэнд = 4 дюймам, 1 дюйм = 12 линиям. Этим и не преминул воспользоваться смысленный герой. Чтобы получить мерку в 1 дюйм, он разделил ремешок длиной 1 фут на полоски по 4 дюйма каждая. Затем сложил и разрезал пополам одну полоску, повторил операцию с ее половиной и получил образец дюйма. Однако разбить фут на части можно по-разному, и сперва мальчик хотел нанести на палку зарубки, отмерив 6, 3 и 1 дюйм. С точки зрения арифметики оба решения равно-



нена. Я сразу же увидел, что это невозможно. Не потому, что дыра была слишком мала, и не потому, что палка была слишком широка. Тут я не сделал никакой ошибки — я ошибся в пространстве, на котором мне предстояло действовать. В длину моя кабина имела около шести футов, но в ширину меньше двух, а на уровне отверстия, в которое я собирался вложить палку, — еще меньше. Таким образом, всунуть линейку в отверстие было невозможно, разве что согнув ее так, что она наверно бы сломалась, потому что сухое дерево треснуло бы, как чубук глиняной трубки.

Я очень пожалел, что не подумал об этом раньше, но еще больше я жалел о том, что придется оставить мысль измерить бочку. Однако дальнейшие размышления натолкнули меня на новый план. Это доказывает, что не следует делать заключе-

значны ($12 : 3 : 2 : 2 = 1$ и $12 : 2 : 2 : 3 = 1$). Герою важно было изготовить точные и удобные для работы мерки. Он выбрал оптимальное решение и добился желаемого. Только представьте, как усложнилась бы задача в случае метрической системы мер, где рост мальчика в сантиметрах выражался числом 121,92!



$$\sum_{n=0}^{64} 2^n$$



-13



ния слишком поспешно. Я открыл способ ввести в бочку палку не только не ломая, но и не сгибая ее.

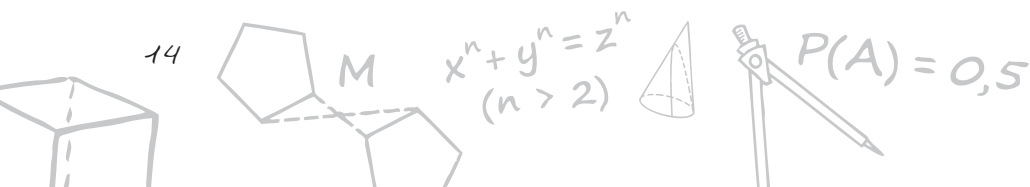
Следовало развязать палку и вводить ее в бочку по частям: сначала ввести первую планку, потом привязать к ней вторую и двигать дальше, пока снаружи останется только кончик, а тогда привязать третью таким же образом.

Как будто здесь нет ничего трудного, и это так и оказалось, ибо через пять минут я осуществил свое намерение — только несколько дюймов палки осталось снаружи.

Осторожно держа в руке кончик палки, я стал подталкивать ее вперед, пока не почувствовал, что противоположный конец уперся в стенку бочки как раз напротив отверстия. Тогда я сделал на линейке зарубку ножом. Сбросив с общей длины толщину стенки, я получу точный диаметр бочки. Затем так же осторожно я вынул из бочки по

Сколько зерен в футе?

В Англии система мер длины установилась в Средние века и позже получила распространение в других странах. В ее основу легли ярд, фут и дюйм. Первую меру утвердил в начале XII в. Генрих I. По легенде, прообразом ее послужила то ли длина его меча, то ли расстояние от кончика носа короля до конца среднего пальца вытянутой вперед руки. Две другие меры в XIV в. узаконил Эдуард II. Название дюйм некогда закрепилось за длиной фаланги большого пальца. Указом британского монарха значение дюйма приравнивалось к длине трех ячменных зерен из средней части колоса, выложенных в ряд. Здесь был использован



частям всю палку, тщательно замечая места, где планки были связаны, чтобы потом связать их снова в том же месте. Здесь нужна была особая точность, потому что ошибка в какую-нибудь четверть дюйма в диаметре могла повлечь за собой разницу во много галлонов в определении емкости сосуда. Поэтому мне следовало быть весьма аккуратным в цифрах.

Теперь у меня был диаметр конуса у основания, то есть диаметр самой широкой части бочки. Оставалось определить диаметр усеченной вершины конуса, или основания бочки. Это представляло меньше трудностей — просто никаких! Я закончил измерение в несколько секунд: просунул палку вдоль днища бочки, пока она не уперлась в край.

Надо было еще определить длину бочки. Казалось бы, ничего нет проще, а мне пришлось по-

другой природный эталон, более определенный, нежели размер пальца. Мера фут, известная у многих древних народов, стала обозначать среднюю длину ступни человека. Ее определяли как $1/16$ суммы длин ступней случайно взятых 16 человек разного роста. Подобно тому как древнеримский фут делился на 12 равных частей, английский фут содержал 12 дюймов. Спустя два столетия германский математик Христофор Клавий уточнил величину фута, приравняв его к ширине 64 ячменных зерен.



$$\sum_{n=0}^{64} 2^n$$