УДК 373.167.1:514
ББК 22.141я726
М52

Мерзляк, А. Г.

М52 Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10 класс : углублённый уровень : учебное пособие / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. М. Поляков ; под ред. В. Е. Подольского. — 2-е изд., стереотип. — М. : Вентана-Граф, 2019. — 272 с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-10526-8

Учебное пособие предназначено для углублённого изучения геометрии в 10 классе общеобразовательных организаций. В нём предусмотрена уровневая дифференциация, позволяющая формировать у школьников познавательный интерес к геометрии.

Учебное пособие соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту среднего общего образования и входит в систему «Алгоритм успеха».

УДК 373.167.1:514
ББК 22.141я726

РОССИЙСКИЙ УЧЕБНИК

Учебное издание

Мерзляк Аркадий Григорьевич, **Номировский** Дмитрий Анатольевич
Поляков Виталий Михайлович

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия

Геометрия. 10 класс. Углублённый уровень

Учебное пособие

Редактор *И. В. Савельева*. Внешнее оформление *К. С. Стеблева*
Художники *К. С. Стеблев, Ю. А. Белобородова*. Фотографии: «Фотобанк Лори», ООО «ТРИ КВАДРАТА», www.gazprom.ru, www.nasa.gov, *В. А. Андрианов, Э. М. Сайфульмулюков, А. В. Гудков*. Художественные редакторы *Н. А. Морозова, Т. В. Студеникина*. Компьютерная вёрстка *О. В. Поповой*.
Технический редактор *Л. В. Коновалова*. Корректор *Е. Е. Никулина*

Подписано в печать 26.07.18. Формат 70×90/16. Гарнитура SchoolBook
Печать офсетная. Печ. л. 17,0. Тираж 1000 экз. Заказ №

ООО Издательский центр «Вентана-Граф». 123308, Москва, ул. Зорге, д. 1, эт. 5

росучебник.рф/метод

Предложения и замечания по содержанию и оформлению книги
можно отправлять по электронному адресу: expert@rosuchebnik.ru
По вопросам приобретения продукции издательства обращайтесь:
тел.: 8-800-700-64-83; e-mail: sales@rosuchebnik.ru
Электронные формы учебников, другие электронные материалы и сервисы:
LECTA.ru, тел.: 8-800-555-46-68
В помощь учителю и ученику: регулярно пополняемая библиотека дополнительных материалов к урокам, конкурсы и акции с поощрением победителей, рабочие программы, вебинары и видеозаписи открытых уроков росучебник.рф/метод

ISBN 978-5-360-10526-8

От авторов

Дорогие друзья!

В 9 классе вы завершили изучение курса планиметрии — раздела геометрии, рассматривающего плоские фигуры и их свойства. Однако большинство окружающих нас объектов — созданных как человеком (рис. 1), так и самой природой (рис. 2) — не являются плоскими.

		
Царь-колокол (Кремль, Москва)	Собор Покрова Пресвятой Богородицы, что на Рву (Собор Василия Блаженного)	Старинный город инков Мачу Пикчу (Перу)

Рис. **1**

			
Сталактиты и сталагмиты	Отложения серы вокруг фумаролы	Кристаллы	Планета Земля

Рис. **2**

Раздел геометрии, изучающий фигуры в пространстве и их свойства, называют ***стереометрией***.

Слово «стереометрия» происходит от греческих слов «стереос» — «объёмный», «пространственный» и «метрео» — «измерять».

Вы приступаете к изучению стереометрии.

Знать стереометрию чрезвычайно важно. Без пространственного воображения и глубоких геометрических знаний невозможно стать хорошим инженером, модельером, строителем, архитектором, специалистом в области компьютерной графики и т. д. И это понятно, ведь стереометрия исследует математические модели тех материальных объектов, с которыми ежедневно имеют дело люди. Вообще, стереометрия является одним из основных инструментов познания окружающего мира.

Кроме того, стереометрия — красивый и интересный школьный предмет, развивающий логическое и абстрактное мышление, пространственное воображение, внимание и аккуратность. Мы надеемся, что вы в этом скоро убедитесь, и поможет вам учебник, который держите в руках.

Ознакомьтесь с его структурой.

Учебник разделён на четыре главы, каждая из которых состоит из параграфов. В них изложен теоретический материал; самые важные сведения выделены **жирным шрифтом** и *курсивом*.

Как правило, изложение теоретического материала завершается примерами решения задач. Эти записи можно рассматривать как один из возможных образцов оформления решения.

К каждому параграфу подобраны задачи для самостоятельного решения, к которым мы советуем приступать только после изучения теоретического материала. Среди заданий есть как простые и средние по сложности упражнения, так и трудные задачи.

Если после выполнения домашних заданий остаётся свободное время, и вы хотите узнать больше, то рекомендуем обратиться к рубрике «Когда сделаны уроки». Материал, изложенный в ней, не простой. Но тем интереснее испытать свои силы!

Дерзайте! Желаем успеха!

Условные обозначения

◆

Простые задачи

◆ ◆

Задачи среднего уровня сложности

◆ ◆ ◆

Сложные задачи

Задачи высокой сложности

Ключевые задачи, результат которых можно использовать при решении других задач

■ Окончание доказательства теоремы

■ Окончание решения задачи

Задачи, которые можно решать с помощью компьютера

1.7. Задания, рекомендуемые для устной работы

1.11. Задания, рекомендуемые для домашней работы

Глава

1 Введение в стереометрию

В этой главе вы ознакомитесь с основными понятиями стереометрии, аксиомами стереометрии и основными следствиями из них. Получите первоначальные представления о многогранниках.

§ 1 Основные понятия стереометрии. Аксиомы стереометрии

Изучая математику, вы со многими понятиями знакомились с помощью определений. Так, из курса планиметрии вам хорошо известны определения четырёхугольника, трапеции, окружности и т. п.

Определение любого понятия основано на других понятиях, содержание которых вам уже известно. Например, рассмотрим определение трапеции: «Трапецией называют четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны». Видим, что определение трапеции основано на таких уже введённых понятиях, как четырёхугольник, сторона четырёхугольника, параллельные и непараллельные стороны и т. д. Итак, определения вводятся по принципу «новое основано на старом». Тогда ясно, что должны существовать первоначальные понятия, которым определений не дают. Их называют **основными понятиями** (рис. 1.1).

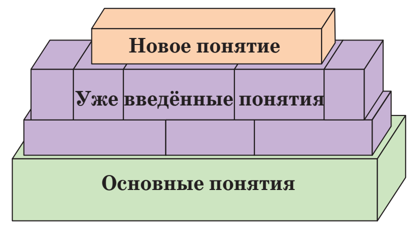

Рис. 1.1

В изученном вами курсе планиметрии определения не давали таким фигурам, как точка и прямая. В стереометрии, помимо них, к основным понятиям отнесём ещё одну фигуру — **плоскость**.

Наглядное представление о плоскости дают поверхность водоёма в безветренную погоду, поверхность зеркала, поверхность полированного стола, мысленно продолженные во всех направлениях.

Используя понятие плоскости, можно считать, что в планиметрии мы рассматривали только одну плоскость, и все изучаемые фигуры принадлежали этой плоскости. В стереометрии же рассматривают бесконечно много плоскостей, расположенных в **пространстве**.

Как правило, плоскости обозначают строчными греческими буквами α, β, γ, ... На рисунках плоскости изображают в виде параллелограмма (рис. 1.2) или в виде других ограниченных частей плоскости (рис. 1.3).

Плоскость, так же как и прямая, состоит из точек, т. е. плоскость — это множество точек.

Существует несколько случаев взаимного расположения точек, прямых и плоскостей в пространстве. Приведём примеры.

На рисунке 1.4 изображена **точка** $\boldsymbol{A}$, **принадлежащая плоскости** α. Также говорят, что точка A лежит в плоскости α, или что плоскость α проходит через точку A. Коротко это можно записать так: $A \in \alpha$. Приведённая запись означает, что точка A является элементом множества точек, представляющих собой плоскость α.

Рис. 1.2

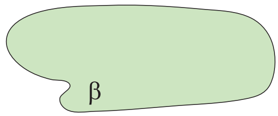

Рис. 1.3

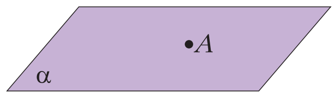

Рис. 1.4

На рисунке 1.5 изображена точка B, не принадлежащая плоскости β. Коротко это можно записать так: $B \notin \beta$.

На рисунке 1.6 изображена **прямая** $\boldsymbol{a}$, **принадлежащая плоскости** α. Также говорят, что прямая a лежит в плоскости α или что плоскость α проходит через прямую a. Коротко это можно записать так: $a \subset \alpha$. Приведённая запись означает, что множество точек прямой a является подмножеством множества точек, представляющих собой плоскость α.

Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то говорят, что **прямая пересекает плоскость**.

На рисунке 1.7 изображена прямая a, пересекающая плоскость α в точке A. Пишут[1]: $a \cap \alpha = A$.

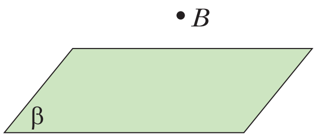

Рис. 1.5

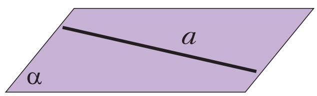

Рис. 1.6

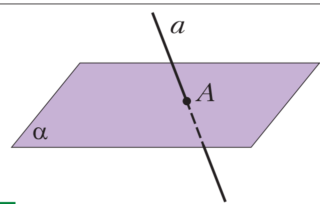

Рис. 1.7

[1] Если формально строго воспользоваться символикой теории множеств, то следовало бы писать $a \cap \alpha = \{A\}$. Однако в геометрии принята приведённая в тексте запись, без фигурных скобок.

В дальнейшем, говоря «две точки», «три прямые», «две плоскости» и т. п., будем иметь в виду, что это разные точки, разные прямые и разные плоскости.

Если две плоскости имеют общую точку, то говорят, что эти плоскости **пересекаются**.

На рисунке 1.8 изображены пересекающиеся плоскости α и β. Они пересекаются по прямой a. Пишут: $\alpha \cap \beta = a$.

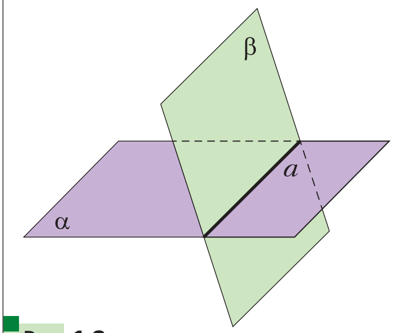

Рис. **1.8**

На начальном этапе изучения стереометрии невозможно доказывать теоремы, опираясь на другие утверждения, поскольку этих утверждений ещё нет. Поэтому первые свойства, касающиеся точек, прямых и плоскостей в пространстве, принимают без доказательства. Как вы знаете из курса планиметрии, такого рода утверждения называют аксиомами.

Отметим, что ряд аксиом стереометрии по формулировкам дословно совпадают со знакомыми вам аксиомами планиметрии. Например:

- *какова бы ни была прямая, существуют точки, принадлежащие этой прямой, и точки, не принадлежащие ей;*
- *через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну.*

Мы не будем знакомиться со строгим аксиоматическим построением стереометрии[1]. Рассмотрим лишь некоторые утверждения, выражающие основные свойства плоскостей пространства, опираясь на которые обычно строят курс стереометрии в школе.

Аксиома А1

Для любой плоскости пространства существует точка, ей не принадлежащая.

Из этой аксиомы следует, что плоскость не заполняет всё пространство. Другими словами, в стереометрии, в отличие от планиметрии, не все фигуры лежат в одной плоскости.

Аксиома А2

В любой плоскости пространства выполняются все аксиомы планиметрии.

[1] Более подробно об аксиоматическом методе вы можете прочитать в рассказе на с. 32—35.

Если в любой плоскости пространства выполняются аксиомы планиметрии, то выполняются и следствия из этих аксиом, т. е. теоремы планиметрии. Поэтому в стереометрии можно пользоваться всеми известными нам свойствами плоских фигур.

Аксиома A3

Через любые три точки пространства, не принадлежащие одной прямой, проходит плоскость и притом только одна.

Рисунки 1.9—1.11 иллюстрируют эту аксиому.

Рис. 1.9

Рис. 1.10

Рис. 1.11

Из этой аксиомы следует, что три точки пространства, не принадлежащие одной прямой, определяют единственную плоскость, проходящую через эти точки. Поэтому для обозначения плоскости можно указать какие-нибудь три её точки, не лежащие на одной прямой. Например, на рисунке 1.12 изображена плоскость ABC и принадлежащая ей прямая MN. Можно записать, что $M \in ABC$ и $MN \subset ABC$.

Аксиома A4

Если две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит этой плоскости.

Например, на рисунке 1.13 точки A, B, C лежат в плоскости ABC. Тогда можно записать: $AB \subset ABC$, $BC \subset ABC$.

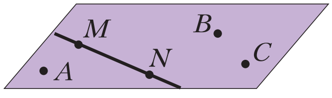

Рис. 1.12

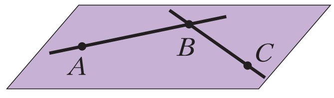

Рис. 1.13

Из этой аксиомы следует, что если прямая не принадлежит плоскости, то она имеет с этой плоскостью не более одной общей точки.

Утверждение, сформулированное в аксиоме **A4**, часто используют на практике, когда хотят проверить, является ли данная поверхность ровной (плоской). Для этого к поверхности в разных местах прикладывают ровную рейку и проверяют, есть ли зазор между рейкой и поверхностью (рис. 1.14).

Рис. **1.14**

Аксиома А5

Если две плоскости имеют общую точку (пересекаются), то они пересекаются по прямой.

Эту аксиому можно проиллюстрировать с помощью согнутого листа бумаги или с помощью вашего учебника (рис. 1.15).

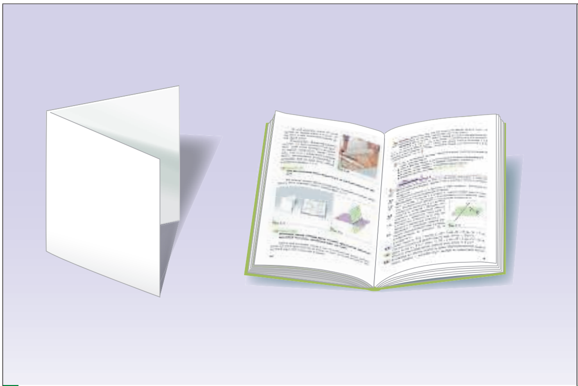

Рис. **1.15**

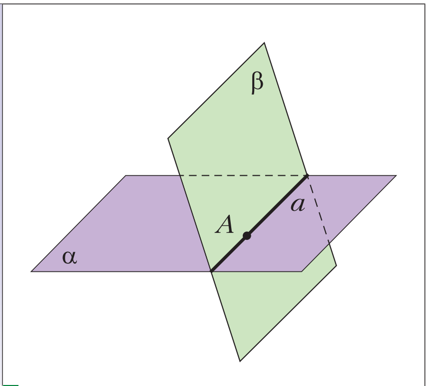

Рис. **1.16**

Аксиома А6

Расстояние между любыми двумя точками пространства одинаково для любой плоскости, проходящей через эти точки.

Смысл этой аксиомы состоит в том, что расстояние между любыми двумя точками пространства не зависит от того, на какой плоскости, проходящей через эти точки, оно измерено.

Задача. Докажите, что если две плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.

Решение. Пусть точка A является общей для двух плоскостей α и β, т. е. $A \in \alpha$ и $A \in \beta$ (рис. 1.16). По аксиоме **A5** плоскости α и β пересекаются по прямой. Пусть $\alpha \cap \beta = a$. Тогда все общие точки плоскостей α и β принадлежат прямой a. Точка A является общей для плоскостей α и β. Следовательно, $A \in a$. ■

1. Как в математике называют первоначальные понятия, которым не дают определения?
2. Какие фигуры входят в список основных понятий стереометрии?
3. В каком случае говорят, что прямая пересекает плоскость?
4. В каком случае говорят, что плоскости пересекаются?
5. Сформулируйте аксиомы **A1**, **A2**, **A3**, **A4**, **A5**, **A6**.

Упражнения

1.1. Изобразите плоскость α, точку M, ей принадлежащую, и точку K, ей не принадлежащую. Запишите это с помощью соответствующих символов.

1.2. Изобразите плоскость γ, проходящую через прямую c. Запишите это с помощью соответствующих символов.

1.3. Изобразите плоскость α и прямую b, пересекающую данную плоскость в точке A. Запишите это с помощью соответствующих символов. Сколько точек прямой b принадлежит плоскости α?

1.4. Изобразите плоскости β и γ, пересекающиеся по прямой c. Запишите это с помощью соответствующих символов.

1.5. Прямая a проходит через точку A плоскости α. Следует ли из этого, что прямая a пересекает плоскость α?

1.6. Запишите с помощью символов взаимное расположение точек и прямых, изображённых на рисунке 1.17, и плоскости α.

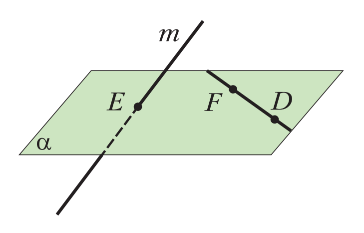

Рис. 1.17

1.7. Даны точки A, B и C такие, что $AB = 5$ см, $BC = 6$ см, $AC = 7$ см. Сколько плоскостей можно провести через точки A, B и C?

1.8. Даны точки D, E и F такие, что $DE = 2$ см, $EF = 4$ см, $DF = 6$ см. Сколько плоскостей можно провести через точки D, E и F?

1.9. В комнате на люстре сидели три мухи. Одновременно они начали летать: первая — кружить вокруг люстры на одинаковой высоте, вторая — спускаться от люстры вертикально вниз и подниматься обратно, третья — перемещаться от люстры до двери и обратно. Скорость всех мух одинакова. Через какое время все три мухи окажутся в одной плоскости?

1.10. Могут ли две плоскости иметь только одну общую точку?

1.11. Изобразите плоскости α и β, прямую c, точки A и B, если известно, что $\alpha \cap \beta = c$, $A \in c$, $B \in \alpha$, $B \notin \beta$.

1.12. Изобразите плоскости α, β, γ и прямую m, если известно, что $\alpha \cap \beta = m$, $\alpha \cap \gamma = m$.

1.13. Изобразите плоскости α, β, γ и прямые a, b, c, если известно, что $\alpha \cap \beta = c$, $\alpha \cap \gamma = b$, $\beta \cap \gamma = a$.

1.14. Прямая m — линия пересечения плоскостей α и β (рис. 1.18). Точки A и B принадлежат плоскости α, а точка C — плоскости β. Постройте линии пересечения плоскости ABC с плоскостью α и с плоскостью β.

1.15. Квадраты $ABCD$ и ABC_1D_1 не лежат в одной плоскости (рис. 1.19). На отрезке AD отметили точку E, а на отрезке BC_1 — точку F. Постройте точку пересечения:

1) прямой CE с плоскостью ABC_1;
2) прямой FD_1 с плоскостью ABC.

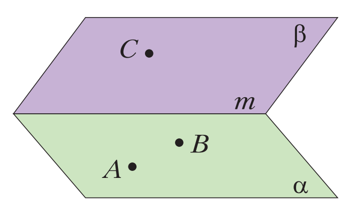

Рис. **1.18**

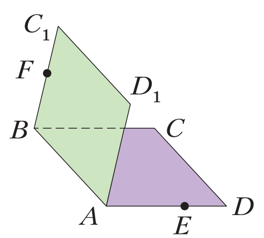

Рис. **1.19**

1.16. Верно ли утверждение: любая прямая, проходящая через центры вписанной и описанной окружностей данного треугольника, лежит в плоскости этого треугольника?

1.17. О плоскостях α и β и прямой a известно, что $\alpha \cap \beta = c$, $a \subset \alpha$, $a \cap \beta = M$. Докажите, что $a \cap c = M$.

1.18. О плоскостях α и β и прямой a известно, что $\alpha \cap \beta = c$, $a \subset \alpha$, $a \cap c = A$. Докажите, что $A \in \beta$.

1.19. Точки A, B, C и D не лежат в одной плоскости. Докажите, что никакие три из них не лежат на одной прямой.

1.20. Докажите, что если две соседние вершины четырёхугольника и точка пересечения его диагоналей принадлежат одной плоскости, то и две другие вершины принадлежат этой плоскости.

1.21. Вершина D четырёхугольника $ABCD$ принадлежит плоскости α, а остальные вершины лежат вне этой плоскости. Продолжения сторон BA и BC пересекают плоскость α в точках M и K соответственно. Докажите, что точки M, D и K лежат на одной прямой.

1.22. Вершина A треугольника ABC принадлежит плоскости α, а вершины B и C лежат вне этой плоскости. Продолжения медиан BM и CN треугольника ABC пересекают плоскость α в точках K и E соответственно. Докажите, что точки A, K и E лежат на одной прямой.

1.23. О плоскостях α, β и γ известно, что $\alpha \cap \beta = c$, $\beta \cap \gamma = a$, $\alpha \cap \gamma = b$, $a \cap c = M$. Докажите, что $M \in b$.

1.24. Точка M — общая точка двух плоскостей ABC и BCD. Найдите отрезок BC, если $BM = 4$ см, $MC = 7$ см.

1.25. Даны n точек, $n > 4$, каждые 4 из которых лежат в одной плоскости. Докажите, что все эти точки лежат в одной плоскости.

1.26. Точки M, N, K и P, принадлежащие соответственно звеньям AB, BC, CD и DA замкнутой ломаной $ABCD$, лежат в плоскости α. Верно ли, что точки A, B, C и D также принадлежат плоскости α?

1.27. Пять точек, являющихся серединами звеньев замкнутой ломаной $ABCDE$, принадлежат плоскости α. Докажите, что точки A, B, C, D и E принадлежат этой же плоскости.

1.28. Имеется n ($n \geqslant 2$) плоскостей, каждые две из которых пересекаются. Какое наибольшее количество прямых, являющихся линиями пересечения данных плоскостей, может при этом образоваться?

Упражнения для повторения

1.29. В треугольнике ABC сторона AC равна 30 см. Медианы AM и CN соответственно равны 39 см и 42 см. Найдите площадь треугольника ABC.

1.30. Диагональ AC равнобокой трапеции $ABCD$ ($AB = CD$) делит угол BAD пополам (рис. 1.20). Точка E — середина отрезка AB. Прямая, проходящая через точку E параллельно основаниям трапеции, пересекает отрезок AC в точке K, а отрезок CD — в точке F. Найдите периметр трапеции $ABCD$, если $EK = 3$ см, $KF = 5$ см.

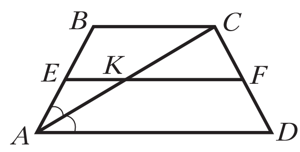

Рис. 1.20

§ 2 Следствия из аксиом стереометрии

В предыдущем параграфе вы ознакомились с некоторыми аксиомами стереометрии. Кроме аксиом, есть и другие наглядно очевидные свойства, описывающие взаимное расположение точек, прямых и плоскостей в пространстве. Теперь, опираясь на аксиомы, эти свойства можно доказать.

Теорема 2.1

Через прямую и не принадлежащую ей точку проходит плоскость и притом только одна.

Доказательство

Пусть даны прямая a и не лежащая на ней точка A (рис. 2.1). Докажем, что через прямую a и точку A проходит плоскость.

Отметим на прямой a две произвольные точки B и C. Точки A, B и C не лежат на одной прямой. Тогда по аксиоме **А3** через точки A, B и C проходит некоторая плоскость α. Две точки B и C прямой a принадлежат плоскости α. Тогда по аксиоме **А4** плоскости α принадлежит и прямая a. Итак, через прямую a и точку A проходит плоскость α.

Докажем, что α — единственная плоскость, проходящая через прямую a и точку A. Предположим, что существует ещё одна плоскость β такая, что $a \subset \beta$ и $A \in \beta$. Плоскость β проходит через точки A, B и C. Таким образом, через точки A, B и C, не лежащие на одной прямой, проходят две плоскости α и β, что противоречит аксиоме **А3**. Следовательно, наше предположение неверно, и плоскость α является единственной плоскостью, проходящей через прямую a и точку A. ■

Так же, как и в планиметрии, две прямые в пространстве называют **пересекающимися**, если они имеют общую точку.

Задача. Докажите, что пересекающиеся прямые имеют только одну общую точку.

Решение. Пусть пересекающиеся прямые a и b имеют две общие точки A и B. Рассмотрим произвольную плоскость α, проходящую через точки A и B. Тогда по аксиоме **А4** плоскости α принадлежат прямые a и b. Получили, что в плоскости α две прямые имеют две общие точки, что противоречит соответствующей аксиоме планиметрии. ■

Теорема 2.2

Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость и притом только одна.

Доказательство

Пусть даны две прямые a и b, пересекающиеся в точке M (рис. 2.2). Докажем, что через прямые a и b проходит плоскость.

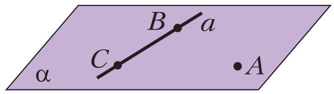

Рис. 2.1

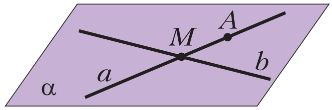

Рис. 2.2

Отметим на прямой a точку A, отличную от точки M. Точка A не принадлежит прямой b, так как у прямых a и b только одна общая точка M. Тогда по теореме 2.1 через точку A и прямую b проходит некоторая плоскость α. Две точки M и A прямой a принадлежат плоскости α. Тогда по аксиоме **А4** прямая a также принадлежит плоскости α. Итак, через прямые a и b проходит плоскость α.

Докажем, что α — единственная плоскость, проходящая через прямые a и b. Предположим, что существует ещё одна плоскость β такая, что $a \subset \beta$ и $b \subset \beta$. Плоскость β проходит через прямую b и точку A. Таким образом, через прямую b и не лежащую на ней точку A проходят две плоскости α и β, что противоречит теореме 2.1. Следовательно, наше предположение неверно, и плоскость α является единственной плоскостью, проходящей через прямые a и b. ■

Из аксиомы **А3** и теорем 2.1 и 2.2 следует, что *плоскость однозначно определяется*:

1) *тремя точками, не лежащими на одной прямой*;
2) *прямой и не лежащей на ней точкой*;
3) *двумя пересекающимися прямыми*.

Таким образом, мы указали три способа задания плоскости.

? **1.** Какие следствия из аксиом стереометрии вы знаете?
2. Укажите способы однозначного задания плоскости.

Упражнения

2.1. Сколько плоскостей можно провести через данные прямую и точку?

2.2. Докажите, что через три точки, лежащие на одной прямой, можно провести плоскость. Сколько можно провести таких плоскостей?

2.3. Прямые AB и CD пересекаются. Докажите, что прямые AC и BD лежат в одной плоскости.

2.4. Центр O и хорда AB окружности лежат в некоторой плоскости. Лежит ли в этой плоскости любая точка данной окружности?

2.5. Сторона AC и центр O описанной окружности треугольника ABC лежат в плоскости α. Лежит ли в этой плоскости вершина B?

2.6. Прямые a и b пересекаются. Все ли прямые, пересекающие прямые a и b, лежат в одной плоскости?

2.7. Даны прямая a и точка A вне её. Докажите, что все прямые, которые проходят через точку A и пересекают прямую a, лежат в одной плоскости.

2.8. Прямые m и n пересекаются в точке A. Точка B принадлежит прямой m, точка C — прямой n, точка D — прямой BC. Докажите, что прямые m и n и точка D лежат в одной плоскости.

2.9. Прямые AB и AC пересекают плоскость α в точках B и C, точки D и E принадлежат этой плоскости (рис. 2.3). Постройте точку пересечения прямой DE с плоскостью ABC.

2.10. Прямая BA пересекает плоскость α в точке A, прямая BC — в точке C (рис. 2.4). На отрезке AB отметили точку D, на отрезке BC — точку E. Постройте точку пересечения прямой DE с плоскостью α.

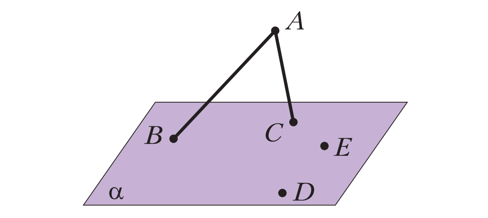

Рис. 2.3

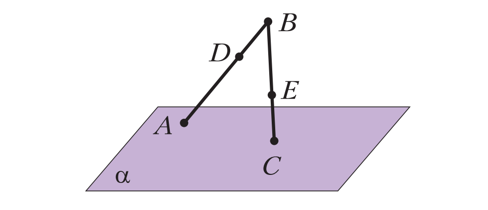

Рис. 2.4

2.11. Даны пять точек, не лежащих в одной плоскости. Какое наибольшее количество из них может лежать на одной прямой?

2.12. Три прямые пересекаются в одной точке. Через каждые две из этих прямых проведена плоскость. Сколько всего плоскостей проведено?

2.13. Как при помощи двух нитей столяр может проверить, лежат ли концы четырёх ножек стула в одной плоскости?

2.14. Найдите ошибку на рисунке 2.5, если известно, что вершина D четырёхугольника $ABCD$ лежит в плоскости α, вершины A, B и C не лежат в этой плоскости, прямая AB пересекает плоскость α в точке E, прямая BC — в точке F. Выполните правильный рисунок.

2.15. Найдите ошибку на рисунке 2.6, если известно, что прямые BP и CK пересекаются в точке E, прямая BP пересекает прямую AC в