



Алгоритм успеха

 | российский учебник

А. Г. Мерзляк  
В. Б. Полонский  
Е. М. Рабинович  
М. С. Якир

# АЛГЕБРА

8

класс

**Самостоятельные  
и контрольные работы**

Пособие для учащихся  
общеобразовательных  
организаций

Москва  
Издательский центр  
«Вентана-Граф»  
2018

УДК 373.167.1:512  
ББК 22.141я72  
М52

**Мерзляк А.Г.**

**М52** Алгебра : 8 класс : самостоятельные и контрольные работы : пособие для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович и др. — М. : Вентана-Граф, 2018. — 112 с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-09822-5

Пособие содержит упражнения для самостоятельных и контрольных работ. Используется в комплекте с учебником «Алгебра. 8 класс» (авторы А.Г. Мерзляк, В.М. Поляков), входит в систему «Алгоритм успеха».

Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:512  
ББК 22.141я72

ISBN 978-5-360-09822-5

© Мерзляк А.Г., Полонский В.Б.,  
Рабинович Е.М., Якир М.С., 2015  
© Издательский центр «Вентана-Граф»,  
2015

## От авторов

Это пособие вместе с учебником для углублённого изучения математики «Алгебра. 8 класс» авторов А.Г. Мерзляка, В.М. Полякова входят в один учебно-методический комплект.

Первая часть пособия — «Самостоятельные работы» — разделена на четыре однотипных варианта по 41 работе в каждом (самостоятельные работы, имеющие одинаковые номера, являются однотипными). Каждая самостоятельная работа соответствует определённому параграфу учебника, что отражено в названии этой работы. К параграфам учебника, изучение которых предполагает рассмотрение задач многих типов, предлагаются две самостоятельные работы. Наличие аналогичных задач в самостоятельных работах с одинаковыми номерами также позволяет использовать этот материал для отработки навыков решения основных типов задач.

Вторая часть пособия содержит задания для контрольных работ.

## Вариант 1

### Самостоятельная работа № 1

#### Множество. Подмножества данного множества

1. Дана функция  $f(x) = 3 - |x|$ . Какие из следующих утверждений являются верными:  
1)  $5 \in D(f)$ ;                      3)  $5 \notin E(f)$ ;  
2)  $4 \in E(f)$ ;                        4)  $4 \notin D(f)$ ?
2. Запишите все собственные подмножества множества натуральных делителей числа 6.
3. Изобразите с помощью диаграммы Эйлера соотношение между множествами  $A$ ,  $B$  и  $C$ , если:  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $C = \{2, 4\}$ .

### Самостоятельная работа № 2

#### Операции над множествами

1. Пусть  $A$  и  $B$  — множества цифр, используемых соответственно для записи чисел 4733 и 843. Найдите:  
1)  $A \cap B$ ;                      2)  $A \cup B$ ;                      3)  $A \setminus B$ .
2. Даны множества  $A = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, -2 \leq x < 3\}$  и  $B = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, x \leq 1\}$ . Задайте перечислением элементов множество:  
1)  $A \cap B$ ;                      2)  $A \setminus B$ .
3. На диаграмме Эйлера (рис. 1) изображены множества  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Заштрихуйте множество:  
1)  $(A \cup C) \cap B$ ;                      2)  $(A \cap B) \setminus C$ .

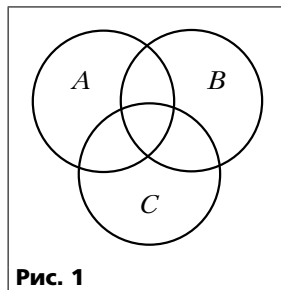


Рис. 1

**Самостоятельная работа № 3****Формулы включения-исключения.  
Взаимно однозначное соответствие**

1. Докажите, что количество трёхзначных чисел равно количеству пятизначных чисел, в записи которых вторая и четвёртая цифры (считая слева направо) соответственно равны 2 и 7.
2. В 8 классе 26 учеников. Все ученики этого класса увлекаются математикой или химией. Математикой увлекаются 18 человек, а химией — 14 человек. Сколько учеников увлекаются и математикой, и химией?

**Самостоятельная работа № 4****Равномощные множества. Счётные множества**

1. Докажите, что множество чисел вида  $3^{n+11}$  ( $n \in \mathbf{N}$ ) счётно.
2. На координатной плоскости отметили точки  $A(1; 0)$ ,  $B(4; 0)$ ,  $C(0; 2)$ ,  $D(0; 6)$ . Докажите, что множества точек отрезков  $AB$  и  $CD$  равномощны.

**Самостоятельная работа № 5****Рациональные дроби**

1. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:
  - 1)  $\frac{5+x}{3+x}$ ;
  - 2)  $\frac{4}{|x|-1}$ ;
  - 3)  $\frac{4}{x-1} + \frac{7x}{x-4}$ ;
  - 4)  $\frac{1}{1+\frac{1}{x}}$ ?
2. Запишите рациональную дробь, содержащую переменную  $x$ , допустимыми значениями которой являются все числа, кроме  $-10$ ,  $-8$  и  $1$ .
3. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной  $a$  значение дроби:
  - 1)  $\frac{a^2 + 6a + 10}{a^2 - 10a + 25}$  положительное;
  - 2)  $\frac{4a - 4 - a^2}{a^4 + 1}$  неположительное.

4. Известно, что  $3x + 9y = 2$ . Найдите значение выражения:

1)  $\frac{5}{2x + 6y}$ ;      2)  $\frac{4}{9y^2 + 6xy + x^2}$ .

### Самостоятельная работа № 6

#### Основное свойство рациональной дроби

1. Сократите дробь:

1)  $\frac{6x^2 - 3x}{4 - 8x}$ ;      4)  $\frac{a^3 - 27}{8a - 24}$ ;  
 2)  $\frac{m^2 - 16}{m^2 + 8m + 16}$ ;      5)  $\frac{ax - ay - 3x + 3y}{a^2 - 9}$ ;  
 3)  $\frac{b^5 - b^3}{b^2 - b^4}$ ;      6)  $\frac{(5x - 10y)^2}{2y - x}$ .

2. Запишите в виде дробей с одинаковыми знаменателями дроби:

1)  $\frac{5}{6xy^2}$  и  $\frac{1}{3x^3}$ ;  
 2)  $\frac{4y}{x + 3y}$  и  $\frac{3x}{2x - y}$ ;  
 3)  $\frac{2x}{2x - y}$ ,  $\frac{1}{4x^2 - y^2}$  и  $\frac{3}{4x^2 - 4xy + y^2}$ .

3. Постройте график функции  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$ .

4. Решите уравнение  $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = 6$ .

### Самостоятельная работа № 7

#### Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями

1. Представьте в виде дроби выражение:

1)  $\frac{2a + 5b}{ab} - \frac{2a - 3b}{ab}$ ;      3)  $\frac{y^2 + 8y}{4 - y^2} - \frac{4y - 4}{4 - y^2}$ .  
 2)  $\frac{5y}{y^2 - 9} - \frac{15}{y^2 - 9}$ ;

2. Упростите выражение:

$$1) \frac{5}{2-x} - \frac{x^3-3}{x-2}; \quad 2) \frac{16-7x}{(x-4)^2} - \frac{x-x^2}{(4-x)^2}.$$

3. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной значение выражения  $\frac{2x+4}{(x-5)^3} + \frac{x-1}{(5-x)^3} - \frac{15}{(x-5)^3}$  принимает положительные значения.

4. Найдите все натуральные значения  $n$ , при которых является целым числом значение выражения:

$$1) \frac{6n+2}{2n-3}; \quad 2) \frac{3n^2+2n-14}{n-2}.$$

### Самостоятельная работа № 8

#### Сложение и вычитание рациональных дробей с разными знаменателями

1. Представьте в виде дроби выражение:

$$1) \frac{4}{12xy} - \frac{11}{18xy}; \quad 3) 5 - \frac{4m+5n}{n};$$

$$2) \frac{3a-4b}{a} + \frac{8a^2+4b^2}{ab}; \quad 4) \frac{a^2+b^2}{2a-b} + 2a+b.$$

2. Выполните действия:

$$1) \frac{3x}{4x-4} + \frac{5x}{7-7x};$$

$$2) \frac{2b}{2b+c} - \frac{4b^2}{4b^2+4bc+c^2};$$

$$3) \frac{2}{a^2-9} - \frac{1}{a^2+3a}.$$

3. Упростите выражение  $\frac{a+3}{a^2+3a+9} - \frac{1}{a-3} + \frac{a^3+3a-9}{a^3-27}$ .

4. Докажите тождество:

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} =$$

$$= \frac{4}{x(x+8)}.$$

### Самостоятельная работа № 9

#### Умножение и деление рациональных дробей. Возведение рациональной дроби в степень

1. Выполните умножение:

$$1) \frac{a^3b}{15c} \cdot \left(-\frac{3c}{a^2b^2}\right); \quad 3) \frac{a^{3n}b^{n+4}}{c^{n+3}} \cdot \frac{c^{2n+3}}{a^{2n}b^{n+1}}.$$

$$2) 18y^3 \cdot \frac{4x^2}{9y^5};$$

2. Выполните возведение в степень:

$$1) \left(-\frac{3a}{2b^2}\right)^4; \quad 2) \left(-\frac{5a^3b^4}{3c^5d^7}\right)^3.$$

3. Выполните деление:

$$1) \frac{18m^3n^4}{25p^6q^{10}} : \left(-\frac{4m^2n^9}{75p^5q^{12}}\right); \quad 2) \frac{48x^4y^3}{49z^9} : (16x^7y^8).$$

4. Упростите выражение:

$$1) \frac{5y^2 - 20y + 20}{y^3 - 1} \cdot \frac{3y^2 + 3y + 3}{10y - 20};$$

$$2) \frac{a^2 - 4b^2}{9a^2 - b^2} : \frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{9a^2 - 6ab + b^2};$$

$$3) \frac{(a^n + 3b^n)^2 - 12a^n b^n}{a + b} : \frac{a^{2n} - 9n^{2n}}{a^2 - b^2}.$$

5. Известно, что  $2x + \frac{1}{x} = 7$ . Найдите значение выражения  $4x^2 + \frac{1}{x^2}$ .

### Самостоятельная работа № 10

#### Тождественные преобразования рациональных выражений

1. Упростите выражение:

$$1) \left(\frac{a-2}{a+2} - \frac{a+2}{a-2}\right) : \frac{12a^2}{4-a^2};$$

$$3) \frac{m - \frac{14m - 49}{m}}{\frac{7}{m} - 1}.$$

$$2) \frac{5a}{a+3} + \frac{a-6}{3a+9} \cdot \frac{135}{6a-a^2};$$



2. Докажите тождество:

$$\left( \frac{1}{(a-2)^2} + \frac{2}{a^2-4} + \frac{1}{(a+2)^2} \right) : \frac{2a}{(a^2-4)^2} = 2a.$$

3. Докажите, что при всех допустимых значениях  $a$  значение выражения

$$\left( \frac{1}{a+3} - \frac{27}{a^3+27} + \frac{9}{a^2-3a+9} \right) \cdot \left( a - \frac{6a-9}{a+3} \right)$$

не зависит от значения  $a$ .

### Самостоятельная работа № 11

#### Равносильные уравнения. Уравнение-следствие. Рациональные уравнения

1. Равносильны ли уравнения:

1)  $x^2 = -1$  и  $|x| = -2$ ;

2)  $x + 3 = 3 + x$  и  $\frac{x+3}{x+3} = 1$ ;

3)  $\frac{x^2-4}{x-2} = 0$  и  $x^2 - 4 = 0$ ;

4)  $\frac{(x+2)^2}{x-1} = 0$  и  $x+2 = 0$ ?

2. Какое из уравнений является следствием другого:

1)  $(x-1)(x+2) = 0$  и  $x+2 = 0$ ;

2)  $\frac{x^2}{x+9} = \frac{81}{x+9}$  и  $x^2 - 81 = 0$ ?

3. Решите уравнение:

1)  $\frac{3x-5}{x-1} - \frac{2x-5}{x-2} = 1$ ;

2)  $\frac{x^2+9}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1} - \frac{5}{1-x}$ ;

3)  $\frac{1}{x^2-6x} + \frac{1}{x^2+6x} = \frac{2x}{x^2-36}$ .

### Самостоятельная работа № 12

#### Рациональные уравнения с параметрами

1. Для каждого значения параметра  $a$  решите уравнение:

1)  $\frac{x-a}{x-2} = 0$ ;      2)  $\frac{(x-5)(x+6)}{x-a} = 0$ ;      3)  $\frac{x-2a}{x+4} = a+1$ .

2. При каких значениях параметра  $a$  уравнения  $(a-1)(x+2) = 0$  и  $a^2 + x = a - 2$  равносильны?

### Самостоятельная работа № 13

#### Степень с целым отрицательным показателем

1. Найдите значение выражения:

1)  $10^{-1} + 5^{-2}$ ;      2)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + (-1,7)^0 - 2^{-3}$ ;      3)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot 2^{-3}$ .

2. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными и нулевыми показателями:

1)  $\frac{3^{-1}a^3b^{-5}c^{-7}}{2,6^0x^{-5}y^0z^{-30}}$ ;      2)  $(x+2y)^{-1} : (2x^{-1} + y^{-1})^{-2}$ .

3. Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:

1) 12;      2) 0,0034;      3)  $320 \cdot 10^3$ ;      4)  $45 \cdot 10^{-4}$ .

4. Сравните:

1)  $4,7 \cdot 10^{-6}$  и  $5,9 \cdot 10^{-7}$ ;      3)  $31,6 \cdot 10^{-8}$  и  $0,061 \cdot 10^{-6}$ .  
2)  $1,23 \cdot 10^6$  и  $0,12 \cdot 10^7$ ;

5. Порядок некоторого натурального числа равен 5. Сколько цифр содержит десятичная запись этого числа?

### Самостоятельная работа № 14

#### Свойства степени с целым показателем

1. Представьте выражение в виде степени с основанием  $a$  или произведения степеней с разными основаниями:

1)  $a^{-8} \cdot a^{12}$ ;      3)  $(a^5b^{-3}c^4)^{-10}$ ;  
2)  $a^{-4} : a^{-12}$ ;      4)  $\left(\frac{a^7}{b^{-3}}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{a^{-3}}{b^9}\right)^{-12}$ .

2. Найдите значение выражения:

$$1) (13^{-9})^4 \cdot (13^{-2})^{-18}; \quad 3) \frac{21^5 \cdot 3^{-7}}{63^{-2} \cdot 7^8}.$$

$$2) \frac{(-36)^{-3} \cdot 6^4}{216^{-4} \cdot (-6)^9};$$

3. Выполните действия и приведите полученное выражение к виду, не содержащему степени с отрицательным показателем:

$$1) 5a^{-6} \cdot (-3a^{-2}b^3)^{-2};$$

$$2) \frac{17x^{-8}}{14y^{-12}} \cdot \frac{28y}{51x^{-21}};$$

$$3) \left( \frac{8p^{-4}}{q^{-1}} \right)^{-2} \cdot (16p^{-6}q^3)^3.$$

4. Постройте график функции  $y = (x - 1) \left( \frac{x - 1}{x + 2} \right)^{-1}$ .

5. Упростите выражение:

$$1) (a^{-3} + 2)(a^{-3} - 2) - (a^{-3} + 3)^2;$$

$$2) \frac{x^{-2} - 5y^{-4}}{4x^{-1}y^{-2} + 4y^{-4}} + \frac{y^{-2}}{x^{-1} + y^{-2}}.$$

### Самостоятельная работа № 15

**Функция  $y = \frac{k}{x}$  и её график**

1. Дана функция  $y = -\frac{48}{x}$ . Найдите:

- 1) значение функции, если значение аргумента равно  $-3$ ;
- 2) значение аргумента, при котором значение функции равно  $12$ .

2. Найдите значение  $k$ , при котором график функции  $y = \frac{k}{x}$  проходит через точку  $A(-5; 8)$ .

3. Постройте в одной системе координат графики функций  $y = \frac{6}{x}$  и  $y = x + 5$  и запишите координаты точек их пересечения.