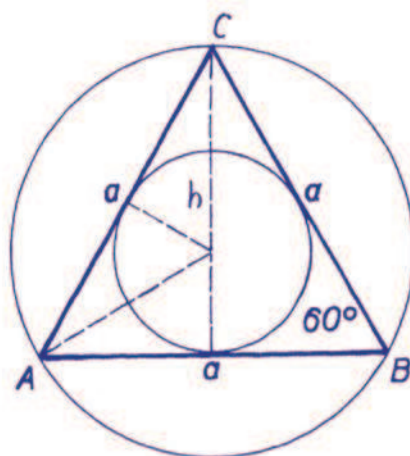


Л. Д. Вайткене, И. Е. Гусев, А. Г. Лаворенко

КАК ОБЪЯСНИТЬ ДЕТЯМ НАУКУ

Математика



ИЗДАТЕЛЬСТВО
АСТ

УДК 087.5:51
ББК 22.1
В14

Серия «Как объяснить детям науку» основана в 2017 году

Вайткене, Любовь Дмитриевна.
В14 Математика / Л. Д. Вайткене, И. Е. Гусев, А. Г. Лаворенко. —
Москва : Издательство АСТ, 2017. — 128 с. : ил. — (Как объяснить
детям науку).

ISBN 978-5-17-103750-5.

Мы наверняка не ошибемся, если скажем, что практически у всех родителей не один раз возникал вопрос, как же объяснить своему ребенку тот или иной изучаемый в школе предмет, в частности математику. Более того — как объяснить эту науку интересно и популярно, чтобы у ученика не пропало стремление к знаниям и ему не показалось что-то в этом объяснении пугающе сложным и даже непостижимым. К тому же дети постоянно задают различные вопросы на самые разные темы: как найти среднее арифметическое нескольких чисел, что такое пропорция и как ее правильно применять, каким образом нужно переводить обычные числа в проценты и чем отличается круг от окружности. И далеко не каждый взрослый может дать на них правильные ответы. Если вы хотите помочь своему ребенку с изучением математики или оказались в неловкой ситуации, когда заданный им вопрос поставил вас в тупик, — эта книга для вас! Наглядные иллюстрации и краткие доступные объяснения помогут вам восстановить в памяти знания, полученные много лет назад. И не переживайте, если вы что-то забыли: благодаря этой книге вы сможете легко вспомнить школьную программу и помочь своему ребенку в освоении такой непростой науки, как математика.

Для среднего школьного возраста.

**УДК 087.5:51
ББК 22.1**

ISBN 978-5-17-103750-5

© Оформление, обложка, иллюстрации
ООО «Интеджер», 2017
© ООО «Издательство АСТ», 2017
© В оформлении использованы материалы,
предоставленные Фотобанком Shutterstock, Inc.,
Shutterstock.com, 2017
© В оформлении использованы материалы,
предоставленные Фотобанком Dreamstime, Inc.,
Dreamstime.com, 2017

Введение

Мы наверняка не ошибемся, если скажем, что практически у всех родителей не один раз возникал вопрос, как же объяснить своему ребенку тот или иной изучаемый в школе предмет. Более того — как объяснить эту науку интересно и популярно, чтобы у ученика не пропало стремление к знаниям, чтобы ему не показалось что-то в этом объяснении пугающе сложным и даже непостижимым. К тому же дети постоянно задают различные вопросы на самые разные темы.

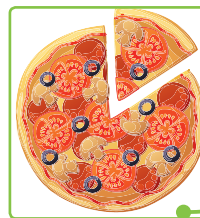
Как, посетив магазин, быстро сообразить, хватит ли денег на все нужные покупки?



Как рассчитать необходимое количество красителя для стены, чтобы его хватило и не осталось лишнего?



Можно ли уместить чертеж многоэтажного дома на обычном листе бумаги?



Как разрезать пиццу, чтобы всем желающим досталось по одинаковому кусочку?

Вопросов, подобных этим, вы можете услышать бесчисленное множество! Готовы на них ответить? Давайте посмотрим правде в глаза: далеко не каждый взрослый, если, конечно, он не преподаватель математики, сможет сразу же дать точный ответ на все эти вопросы. И чаще всего не из-за отсутствия знаний или недостаточной эрудиции, а только лишь потому, что мы довольно редко задумываемся, как произвести расчеты самым быстрым и удобным способом. Но если вы хотите помочь своему ребенку с изучением математики или оказались в неловкой ситуации, когда заданный им вопрос поставил вас в тупик, — эта книга для вас! Наглядные иллюстрации и доступные объяснения помогут вам восстановить в памяти знания, полученные много лет назад, а огромное количество понятных примеров сделает процесс усвоения материала легким и интересным. И не переживайте, если вы что-то забыли: благодаря этой книге вы сможете вспомнить школьную программу по математике и помочь своему ребенку!

Что изучает наука математика?

Математика, в широком смысле слова понимаемая как всевозможное использование чисел и геометрических фигур, возникла несколько тысячелетий назад. Она создавалась усилиями многих цивилизаций, ныне исчезнувших.

Внимание!

Математику можно сравнить с пирамидой: каждое новое действие требует знания и понимания всех ранее изученных. Так, прежде чем сложить несколько трехзначных чисел, например 459 и 578, нужно научиться складывать однозначные и двузначные числа: $5 + 2$ или $13 + 16$ и т.д.

История математики

Математика — одна из древнейших наук, известных человечеству. Как минимум на протяжении 4000 лет документированной истории знания в области математики использовались для измерения земельных участков и определения вместимости сосудов, подсчета поголовья скота, сбора налогов и ведения различных торговых сделок, составления примитивных карт местности, развития

строительного дела, наблюдения за природными явлениями и небесными телами и т.д.

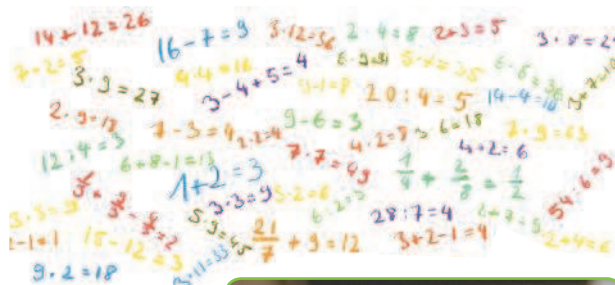
Простая математика древней вавилонской цивилизации, связанная с ведением хозяйства, запечатлена на глиняных табличках, датированных от 2000 г. до н.э. до 300 г. н.э.

Глиняная табличка, покрытая клинописью — древними символами письменности



ЭТО НАДО ЗНАТЬ!

Математика — это наука, предметом изучения которой являются числа, количественные отношения и пространственные формы.

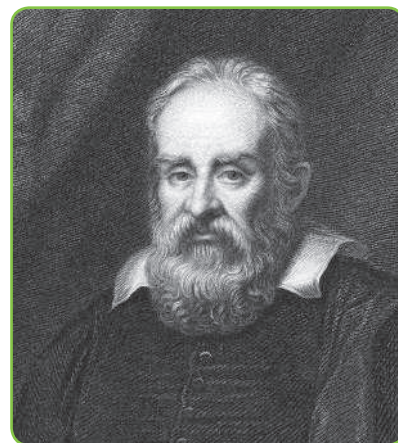


Древние египтяне использовали математику для вычисления массы и площади тел, количества камней, необходимых для возведения различных сооружений, а также расчетов, связанных с календарем, который использовался для определения дат религиозных праздников и времени разлива Нила.

Огромный вклад в развитие этой науки внесли древние греки. Научные труды Платона, Архимеда, Аристотеля, Евклида, Фалеса Милетского, Пифагора, Эратосфена заложили основы современной математики.

В начале XVII в. великий ученый и математик Галилео Галилей в одном из своих трудов заявил, что «книга природы написана на языке математики». И тот, кто хочет познать эту книгу, должен понимать язык квадратов, треугольников, окружностей и прочих геометрических фигур, без знания которых книгу природы прочесть просто невозможно.

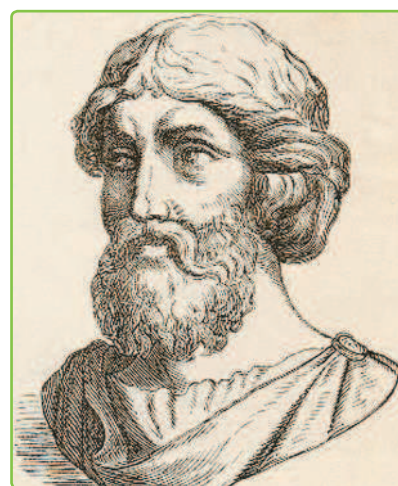
А в XIX в. немецкий ученый Карл Фридрих Гаусс назвал математику царицей всех наук! И действительно, **благодаря математике можно проанализировать взаимосвязь практически всех явлений и событий, происходящих в нашей жизни.** А в современном мире квантовой физики, информационных технологий, космических исследований и прочих достижений цивилизации слова Гаусса актуальны как никогда.



Галилео Галилей
(1564—1642)



Карл Фридрих Гаусс
(1777—1855)



Пифагор Самосский
(570 — около 490 гг. до н.э.)

Математический план Вселенной

Греки верили в силу разума, и потому были убеждены, что если эту силу приложить к изучению природы, то лежащий в основе мироздания математический план удастся разгадать.

Если план, по которому построена Вселенная, имеет математический характер, то отсюда следует, что только математика позволит человеку раскрыть этот план. Понятно, что вслед за рождением такой идеи стали появляться варианты, или модели, устройства мира.

Первой предложила свой вариант «математизированного плана» строения Вселенной группа мудрецов, созданная Пифагором Самосским (жил в 570 — около 490 гг. до н.э.). Эти ученые, так называемые пифагорейцы, жили на юге Италии в городе Кротон, хоть сами были греками.

Пифагорейцев поразило, что весьма различные в качественном отношении явления обладают одинаковыми математическими свойствами. Значит, решили мудрецы, **именно математические свойства выражают сущность явлений.** Если говорить более точно, то пи-

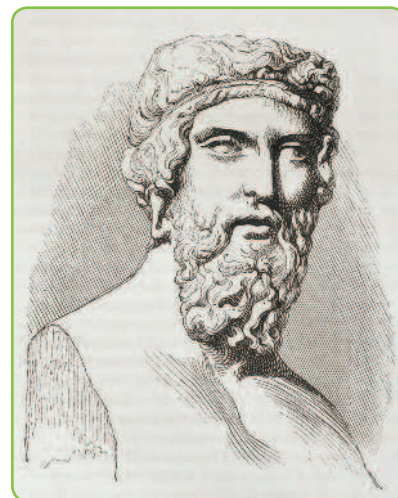
фагорейцы видели сущность явлений в числе и числовых отношениях. В этих объяснениях природы числу отводилась роль начала начал. Пифагор находил таинственный смысл в числах и фигурах, говорил, что «число составляет сущность вещей; сущность предмета — число его».

Пифагорейцы считали, что все тела состоят из фундаментальных частиц, «единиц бытия», которые в тех или иных комбинациях соответствуют различным геометрическим фигурам. В сумме эти единицы представляют собой материальный объект. Число считалось материей и формой Вселенной. Отсюда и основной тезис учения пифагорейцев: «Все вещи суть числа». А поскольку число выражало сущность всего, то объяснять явления следовало только с помощью чисел.

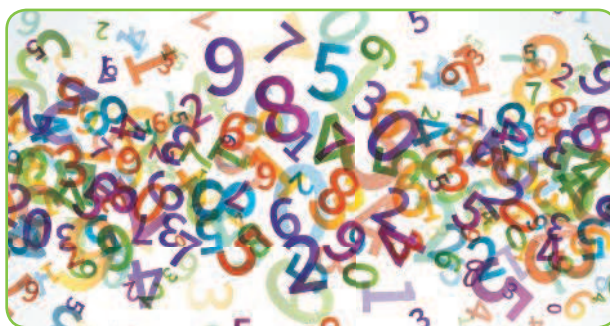
Пифагорейцы представляли числа наглядно в виде множеств точек (возможно, символизировавших частицы), расположенных в виде фигур, которые могли представлять реальные объекты.

Позже пифагорейцы развили и усовершенствовали свое учение и начали воспринимать числа как абстрактные понятия, а физические объекты — как их конкретные реализации.

Движения планет пифагорейцы также свели к числовым отношениям. Планеты не блуждают



Платон



Пифагорейцам принадлежит идея сведения музыкальных интервалов к простым соотношениям между числами; они пришли к этой мысли, совершив два открытия. Первое — что высота звука, издаваемого колеблющейся струной, зависит от ее длины, второе — что гармонические созвучия издают струны, длины которых относятся между собой как некоторые целые числа. Например, гармоническое созвучие возникает, если заставить колебаться две одинаково натянутые струны, одна из которых вдвое длиннее другой. Музыкальный интервал между тонами, издаваемыми такими струнами, ныне называется октавой. Другое гармоническое созвучие создают две струны, длины которых относятся как три к двум: в этом случае тон, издаваемый более короткой струной, на квинту выше тона более длинной. Длины любых двух струн, рождающих гармоническое созвучие, действительно относятся между собой как целые числа.



Пифагор изучает законы музыкальной гармонии. Со средневековой гравюры

хаотично среди звезд, как считалось ранее, а перемещаются по устойчивым постоянным путям — окружностям. Круговые движения небесных тел свидетельствуют, что эти тела также подчиняются законам математики. Кроме того, пифагорейцы считали, что тела, двигаясь в пространстве, издают звуки. Им было известно, что **звуки — это результат движения, точнее, колебания звучащего тела**. Пифагореец по имени Архит обнаружил, что высота тона (частота звука) прямо пропорциональна скорости движения тела и обратно пропорциональна его длине.

Пифагорейцы решили, что это открытие является частным случаем общего правила движения, которое распространяется не только на звучащие, но и на видимые тела. По их мнению, планеты движутся тем быстрее, чем дальше они находятся от Земли. Звуки, издаваемые планетами, изменяются в зависимости от удаления от Земли и образуют гармоническое созвучие. Эта «музыка сфер», подобно всякой гармонии, сводится к числовым отношениям, поэтому к ним же сводятся и движения планет.

Самой влиятельной после пифагорейцев группой мыслителей, расширившей и распространившей учение о математическом плане, лежащем в основе природы, **были платоники**, возглавляемые, как о том говорит название школы, Платоном Афинским (427—347 гг. до н.э.). Он был ведущей фигурой духовной жизни Греции. Платон основал в Афинах Академию — центр, который привлек к себе многих интеллектуалов того времени и существовал в течение девяти столетий.

Платон утверждал, что реальность и разумное устройство физического мира могут быть постигнуты только с помощью математики идеального мира. То, что **идеальный мир устроен на математических началах**, не вызывало у мудреца сомнений. Платон говорил: «Бог всегда является геометром».



Академия Платона.
Мозаика из города Помпеи

Первое известное нам логически последовательное изложение основ математики содержится в трудах знаменитого Евклида. Он написал несколько сочинений. Из дошедших до нас наиболее знамениты «Начала», состоящие из 15 книг (сам Евклид написал 13 книг «Начал», позже к ним прибавились еще две, принадлежащие другим авторам). Все эти сочинения построены по единой логической схеме. Каждая из книг начинается определением понятий (точка, линия, плоскость, фигура и т.д.), которые в ней используются, а затем на основе небольшого числа основ-

ных положений (5 аксиом и 5 постулатов), принимаемых без доказательств, строится вся система соответствующих разделов математики.



Евклид

Древние системы счисления

На протяжении всей истории развития человечества использовались различные символические методы записи чисел при помощи специальных знаков — так называемые системы счисления.

ЭТО НАДО ЗНАТЬ!

Способы записи чисел в виде, удобном для прочтения и выполнения арифметических операций, называются системами счисления.

Единичная система счисления

Единичная система счисления по праву считается самой примитивной из всех известных. В единичной системе счисления количество выражается путем повторения одного и того же знака. Как правило, в качестве такого знака используются точки или вертикальные палочки (как на рисунке внизу).

Единственным преимуществом этой системы является ее простота, а очевидными недостатками — необходимость записывать огромное количество знаков и сложность последующего прочтения такого большого числа.

ЭТО НАДО ЗНАТЬ!

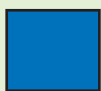
Системы счисления подразделяются на позиционные, непозиционные и смешанные.

В позиционных системах значение одного и того же символа зависит от места в записи числа.

В непозиционных системах счисления значение символа не зависит от положения в числе.



1



2



3



Внимание!

Несмотря на очевидную примитивность, элементы единичной системы счисления и метод группировки нашли широкое применение в статистике.



Индо-арабская система счисления

Несмотря на то что система счисления зародилась не позднее V в., **индо-арабская система до сих пор является наиболее распространенной.**

Основные принципы этой системы:

1. Для записи абсолютно всех чисел используются 10 основных символов, или цифр, в различных комбинациях. Это цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

2. В этой системе легко считать группами по 10 символов, т.е. десятками. При этом 10 десятков заменяют одной сотней, 10 сотен — тысячей и т.д.

3. Значение каждой цифры в индо-арабской записи определяется ее местом в последовательности цифр, которые образуют эту запись, при этом читать нужно слева направо. Например, в последовательности символов 2538 цифра 2 означает две тысячи, цифра 5 — пять сотен, цифра 3 — три десятка и цифра 8 — восемь единиц.

4. Каждое число этой системы можно представить в виде суммы множителей, например:

$$8364 = 8 \times 1000 + 3 \times 100 + 6 \times 10 + 4.$$

Внимание!

Индо-арабская система — десятичная, ее возникновение связывают со счетом на пальцах.

В давние времена самым простым приспособлением для счета предметов являлись пальцы. Издавна люди ходили босиком, поэтому могли использовать для счета пальцы не только рук, но и ног, а это расширяло возможности счета за пределы десяти. Люди фактически пользовались двадцатеричной системой счисления.



И все же большие числа, даже с помощью пальцев рук и ног, нашим предкам было сложно запоминать. Поэтому люди начали использовать различные механические приспособления. В Европе и России стали использовать веревочные счеты с узелками, а, например, перуанцы для запоминания чисел употребляли шнуры разных цветов с завязанными на них узлами.



Древнеегипетская система счисления

Эта система счисления возникла во второй половине III тысячелетия до н.э. и употреблялась почти до начала X в. **Цифрами древнеегипетской системы были специальные иероглифы, обозначающие числа 1, 10, 100, 1000 и т.д.**

Числа записывались путем повторения цифр, причем каждая из них могла использоваться от 1 до 9 раз.

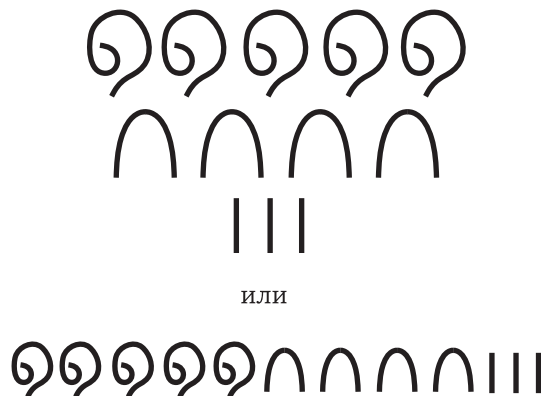
Стоит отметить, что **фиксированной записи иероглифов не было предусмотрено**: число записывали в одну линию или в столбик, и читать его можно было как справа налево, так и слева направо.



Именно такими символами записывались числа в древнеегипетской системе

| | | | | | | |
|-------|--------|---------|---------------|--------------|-----------|--------------------|
| Черта | Пятка | Завиток | Цветок лотоса | Палец | Рыба | Удивленный человек |
| | | | | | | |
| Один | Десять | Сто | Тысяча | Десять тысяч | Сто тысяч | Миллион |

Например, число 543 в древнеегипетской записи выглядело так, как на рисунке справа.

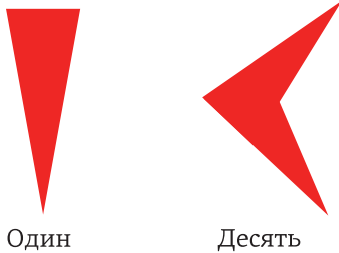


Внимание!
Древнеегипетская система счисления является **непозиционной**.

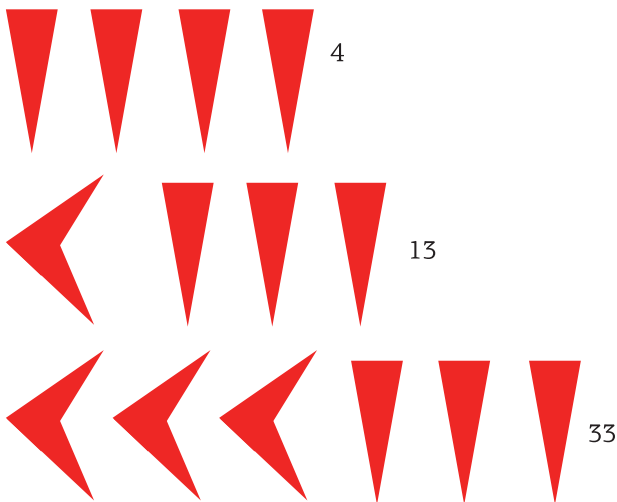
Вавилонская система счисления

Эта система применялась в период с 3000 по 2000 г. до н.э. **Вавилонская система счисления была позиционной.**

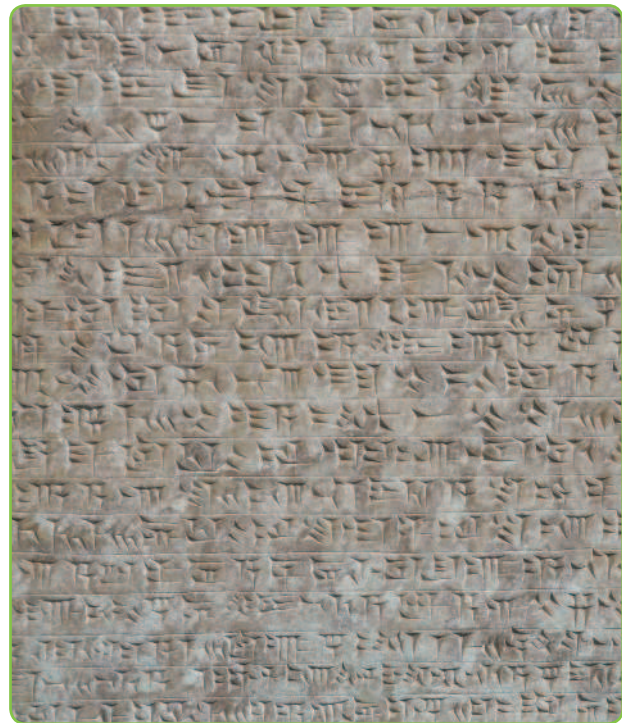
В данной системе использовались всего два символа в виде клина, означавшие единицы и десятки.



Для записи чисел от 2 до 59 использовался метод простого добавления символов.



Вавилонская система счисления являлась шестидесятеричной, т.е. в ее основе лежало число 60. Поэтому числа больше 59 записывались следующим образом:



Если бы между символами отсутствовало расстояние, то данная запись означала бы число 4 (см. пример выше).

В целом **вавилонская система** счисления была неудобной и громоздкой. Однако она **дала сильный толчок для развития других систем счисления.**

Совершенно очевидно, что наличие всего двух символов накладывало на вавилонскую систему определенные ограничения. Так, например, каким образом вавилоняне различали 1 и 60? Скорее всего, в этом им помогал имеющийся контекст.



Римская система счисления

Римская система счисления появилась около 500 г. до н.э. Как и в других древних системах, в римской для обозначения цифр использовались специальные символы.

Символы римской системы имеют следующие значения:

- I — 1,
- V — 5,
- X — 10,
- L — 50,
- C — 100,
- D — 500,
- M — 1000.

Числа составляют из соответствующего количества символов, как в уже рассмотренных системах, располагая цифры по убыванию. Однако число 4 записывают не четырьмя палочками, а в виде IV. Меньшая цифра стоит перед большей — это означает, что единицу не прибавляют к пятерке, а отнимают от нее. Так же записывают числа 9 — IX, 40 — XL, 90 — XC и т.д.



Внимание!

Римская система счисления — пример непозиционной системы.

Чтобы лучше во всем разобраться, рассмотрим несколько примеров.

Число 154 в римской записи будет выглядеть следующим образом: CLIV.

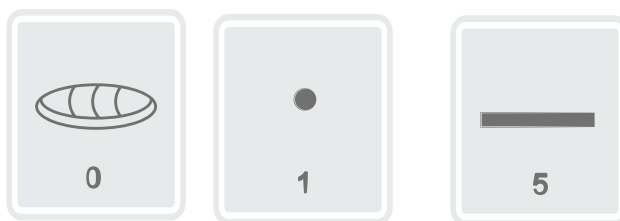
Число 1492 — MCDXCII.

Система счисления цивилизации майя

Система счисления у цивилизации майя возникла приблизительно в III в. н.э. Простота и логичность этой системы до сих пор не перестают удивлять ученых.

В основу своей системы древние майя положили число 20, поэтому она являлась двадцатеричной.

Для записи любого числа майя использовали лишь три символа: точку для обозначения цифры 1, горизонтальную линию для цифры 5 и ракушку для 0.



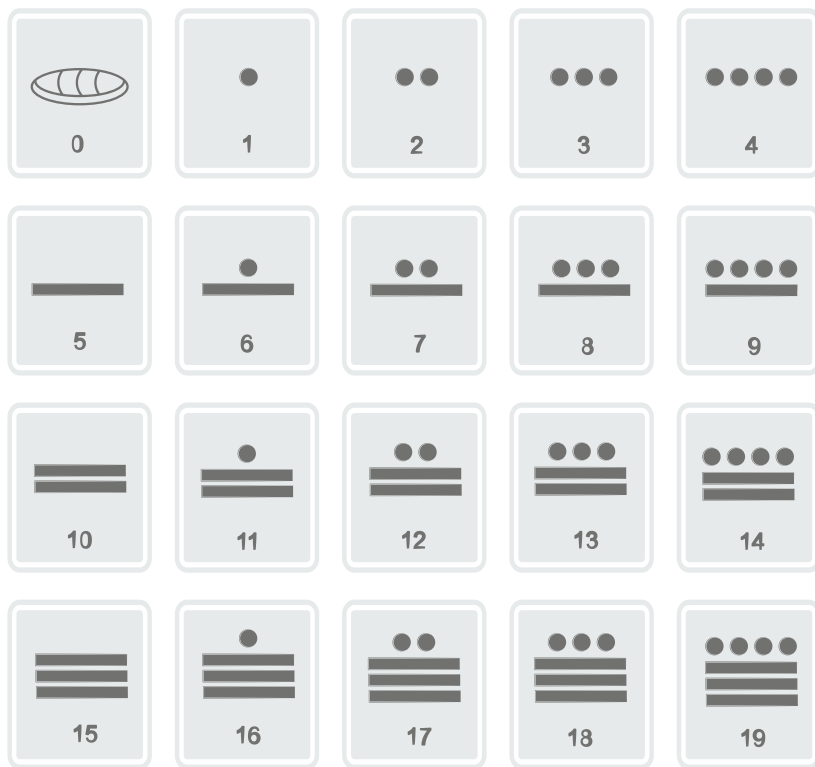
Внимание!

Система счисления майя относится к позиционным системам.

Древние майя записывали цифры вертикально — снизу вверх. При этом верхние символы считались старшими, а самая нижняя позиция соответствовала разряду единиц.

Прежде всего, **все арифметические действия у майя были предназначены для календарных расчетов.** Когда производились расчеты, связанные с календарем майя, жрецы прибегали к помощи «таблицы умножения». Она включала в себя перемножение чисел 13, 52, 65, 78 и 91. Так как у майя не существовало понятия дробей, они всегда старались достичь циклов, состоящих из целых чисел.

Число 20 считалось единицей второго разряда, а третий разряд образовывался не двадцатками, т.е. не был кратным числу 400, а восемнадцатками, т.е. был кратным числу 360. Объясняется это тем, что майя делили год на 18 месяцев по 20 дней в каждом и плюс дополнительные пять дней. Единицы же следующих разрядов вновь равнялись 20 единицам предшествующего разряда. Поэ-



Вот так выглядели числа майя от 0 до 19



Календарь майя